Szakács Jenő Megyei Fizikaverseny

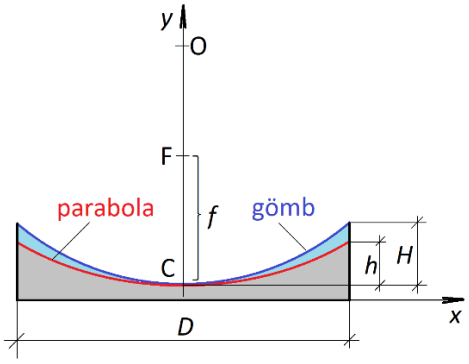
2022/2023. tanév

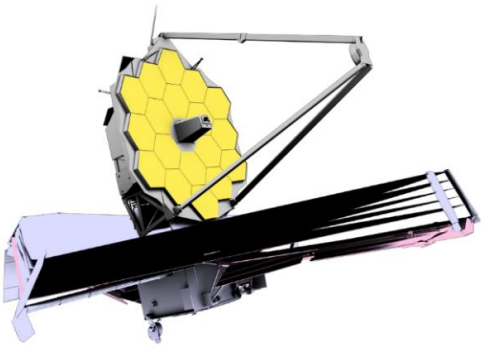
I. forduló

Megoldások

2022. december 12.

1. A 2021. dec. 25-én útjára bocsátott Webb űrtávcső főtükrének fókusztávolsága f = 131,4 m, átmérője D = 6,5 m. A főtükör alakja homorú (konkáv) gömbtükör vagy parabolatükör.





Egy konkáv tükör mélységén a tükör szélének a C tetőpont szintvonala fölötti magasságát értjük.
Az ábrán H a gömbtükör, h az ugyanakkora fókusztávolságú parabolatükör mélységét jelöli.
A tükrök fókusztávolsága a C tetőpont és az F fókuszpont távolsága.
Az f fókusztávolságú *parabola* egyenlete, ha tengelye a +y tengely, és csúcspontja a koordinátarendszer origójában van: $y = x^2/(4f)$.
Mennyivel tér el a két tükör mélysége? Az eltérést nm (10^{-9} m) egységben adja meg.
(10 pont)

Megoldás:
A **gömbtükör** görbületi sugara fókusztávolságának kétszerese *(1 pont)*:

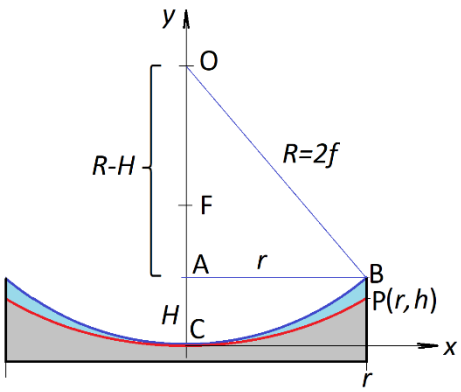
$$R = 2f = 2\times 131,4\,\text{m} = 262,8\,\text{m}.$$

A gömbtükör mélysége az OAB háromszögre fölírt Pitagorasz-tétel alapján:

$$R^2 = r^2 + (R-H)^2, \quad H = R - \sqrt{R^2 - r^2}, \text{ ahol}$$

$$r = D/2 = 6,5/2\,\text{m} = 3,25\,\text{m}.$$

Behelyettesítve *(4 pont)*:



$$H = 262,8 - \sqrt{262,8^2 - 3,25^2} \approx 0,020096849\,\text{m} \approx 20,096849\,\text{mm}.$$

Az f fókusztávolságú *parabola* egyenlet, ha tengelye a +y tengely, és csúcspontja a koordinátarendszer origójában van:

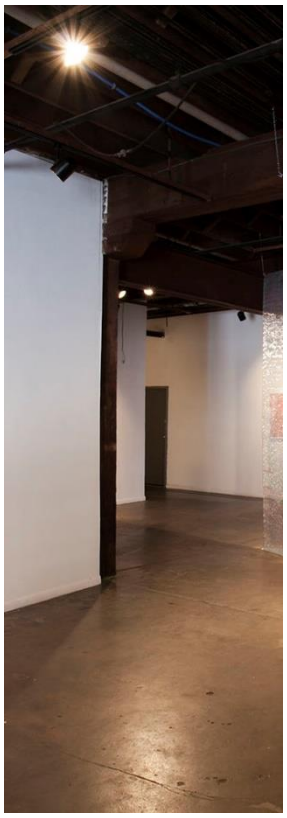
$$y = \frac{x^2}{4f}.$$

A tükör peremén levő P(r, h) pont rajta van a parabolán, így a parabolatükör mélysége *(3 pont)*:

$$h = \frac{r^2}{4f} = \frac{3,25^2}{4\times 131,4} \approx 0,020096081\,\text{m} \approx 20,096081\,\text{mm}.$$

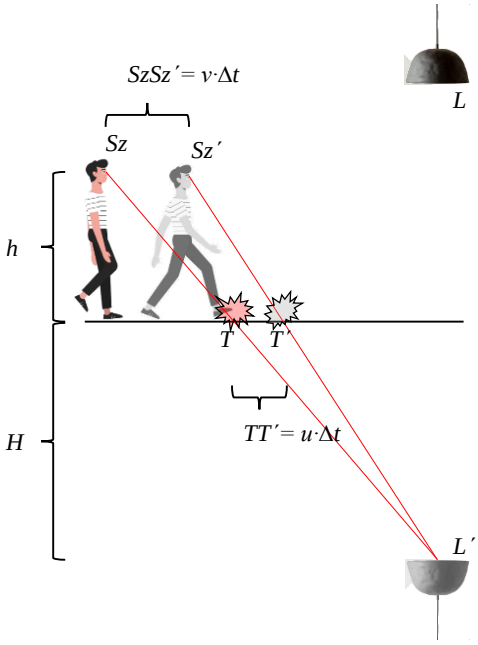
A két mélység különbsége *(2 pont)*:

$$H - h \approx 20,096849\,\text{mm} - 20,096081\,\text{mm} \approx 0,000768\,\text{mm} = 768\,\text{nm}.$$



2. Pisti egy hosszú, csillogóra viaszolt padlójú, lámpákkal megvilágított folyosón halad. Szemmagassága 1,70 m, a lámpák a padló fölött 255 cm magasságban világítanak. Pisti éppen 5 m távolságra van (vízszintes értelemben) a legközelebbi világítótesttől, és 2 km/h sebességgel közelít felé, eközben a padlón jól látja lámpa tükröződését. Ez a pont Pisti mozgásától függően változtatja a helyét.
(a) Mekkora sebességgel halad padlón látszó fényvisszaverődési pont?
(b) Mekkora sebességgel közelít egymáshoz Pisti és a tükröződés?
(10 pont)

Megoldás:
Jelölések: h = 1,70 m, H = 255 cm, s = 5 m, v = 2 km/h, u = ?, $u_{\text{közeledés}}$ = ?.
A tükröződés mindenkori helye (T) ott található, ahol a Pisti szemétől (Sz) a lámpa tükörképéig (L') húzott szakasz a padlót metszi. Pisti szemének megtett útja egy Δt időtartam alatt az $SzSz'$ szakasz, a tükröződése a TT' szakasz.



(3 pont)

A $TL'T'$ és az $SzL'Sz'$ háromszögek hasonlóak *(1 pont)*, az előbbi magassága H, a másiké $H + h$, így fennáll a következő aránypár:

$$\frac{H}{H+h}\ (1\ pont) = \frac{TT'}{SzSz'}\ (1\ pont) = \frac{u \cdot \cancel{\Delta t}}{v \cdot \cancel{\Delta t}}\ (1\ pont)$$

(a) A tükröződési pont u sebessége ebből:

$$u = \frac{H}{H+h} \cdot v = \frac{255\ \text{cm}}{255\ \text{cm} + 1{,}70\ \text{m}} \cdot 2\,\frac{\text{km}}{\text{h}} =$$

= <u>1,2 km/h</u> *(1 pont)*.

(b) Pisti és a tükröződés egymáshoz

$$u_{\text{közeledés}} = v - u = 2\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - 1{,}2\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\ (1\ pont) =$$

= <u>0,8 km/h</u> *(1 pont)* sebességgel közeledik.

3. Egy esőfelhőben egyenletesen eloszolva r = 0,01 mm sugarú, gömb alakú **páracseppek** vannak, köbméterenként átlagosan 1 milliárd darab ($n = 10^9$ db/m^3). A páracseppek esési sebessége jó közelítéssel zérus.

Ebben a felhőben egy R = 0,5 mm sugarú **esőcsepp** függőlegesen esik v = 2 m/s sebességgel. Az esőcsepp az útjába kerülő páracseppekkel tökéletesen rugalmatlanul ütközik, és elnyeli azokat. Az esőcsepp a felületi feszültség miatt gömb alakú. A víz sűrűsége ρ = 1000 kg/m^3.

a) Mekkora tömegű víz van páracseppek formájában 1 m^3 felhőben? **(5 pont)**
b) Hány páracseppel ütközik az esőcsepp másodpercenként? **(5 pont)**
c) Mennyi idő telik el átlagosan két ütközés között? **(3 pont)**
d) Mekkora utat tesz meg az esőcsepp két ütközés között (mekkora a közepes szabad úthossza)? **(2 pont)**
e) Mennyivel nő az esőcsepp sugara másodpercenként? **(5 pont)**

Megoldás:

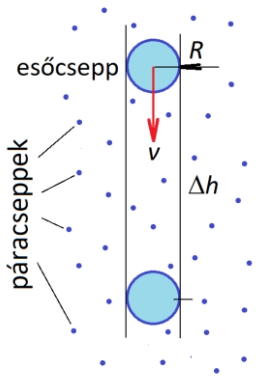
a) Egy páracsepp térfogata *(2 pont)*:

$$V_0 = 4r^3\pi/3 = 4\times(0{,}01\text{mm})^3\times\pi/3 \approx 4{,}189\times10^{-15}\text{m}^3 .$$

A térfogategységre eső darabszám szorozva egy páracsepp térfogatával és a víz sűrűségével, megadja az egységnyi térfogatú felhőben levő víz tömegét *(3 pont)*:

$$nV_0\rho = 10^9/\text{m}^3\times4{,}189\times10^{-15}\text{m}^3\times1000\,\text{kg/m}^3 = 4{,}189\,\text{g/m}^3 \approx 4{,}2\,\text{g/m}^3 .$$

b) Az R sugarú esőcsepp $\Delta h = v\Delta t$ út megtétele közben azokkal a páracseppekkel ütközik, amelyek benne vannak egy $R^2\pi$ keresztmetszetű, Δh magasságú hengerben. Ezek száma és az időegységre eső ütközések száma *(5 pont)*:



$$\Delta N = R^2\pi v\Delta t\, n , \qquad Z = \frac{\Delta N}{\Delta t} = R^2\pi v n ,$$

$$Z = \frac{\Delta N}{\Delta t} = (0{,}0005\,\text{m})^2\times\pi\times2\frac{\text{m}}{\text{s}}\times10^9\frac{\text{darab}}{\text{m}^3} \approx 1571\frac{\text{ütközés}}{\text{s}} .$$

c) Két ütközés közti idő *(3 pont)*:

$$\Delta t = \frac{1}{Z} = \frac{1}{nR^2\pi v} = \frac{1}{1571}\text{s} \approx 0{,}637\,\text{ms} .$$

d) Ez alatt az esőcsepp útja (a szabad úthossz) *(2 pont)*:

$$s = v\Delta t = v/Z , \qquad s = \frac{2\,\text{m/s}}{1571/\text{s}} \approx 1{,}27\,\text{mm} .$$

e) Az esőcsepp térfogatváltozása megegyezik az elnyelt páracseppek térfogatával *(2 pont)*:

$$\Delta V = \frac{4\pi}{3}\left[(R+\Delta R)^3 - R^3\right] \approx 4R^2\pi\Delta R = R^2\pi v\Delta t\, nV_0 , \qquad 4\Delta R = v\Delta t\, nV_0 .$$

Innen az esőcsepp sugarának növekedése másodpercenként *(3 pont)*:

$$\frac{\Delta R}{\Delta t} = \frac{vnV_0}{4} , \qquad \frac{\Delta R}{\Delta t} = \frac{2\times10^9\times4{,}189\times10^{-15}}{4} \approx 2{,}09\times10^{-6}\text{m/s} \approx 2{,}1\,\mu\text{m/s} .$$

4. Egy futó a 100 m-es vágtaszámot 10,9 s-os eredménnyel nyerte meg. A második helyezett futó 11,1 s-os idővel futott be. Feltéve, hogy az atléták az egész távon egyenletesen futottak, határozzuk meg, hogy milyen távol volt a második futó a céltól, amikor a győztes átszakította a célszalagot! **(10 pont)**

Megoldás:

Az adatokat jelöljük az alábbi módon: s = 100 m; t_1 = 10;9 s; t_2 = 11;1 s.

A másodikként célba érkező futó sebessége:

$$v_2 = \frac{s}{t_2} = \frac{100m}{11{,}1s} = 9\frac{m}{s}.$$ *(4 pont)*

Mivel a hátránya $\Delta t = t_2 - t_1 = 0{,}2s$ volt *(2 pont)*, így $d = v_2 \cdot \Delta t = 1{,}8m$-re volt a célvonaltól a második futó *(4 pont)*.

5. Egy folyó (egyenesnek tekinthető) partját jelölje az x tengely. A víz a parttal párhuzamosan folyik, az x irányú sebesség a parttól való távolság függvénye, amely a partközeli részben a $v_x(y) = ky$ lineáris összefüggéssel adható meg, ahol $0 < k$, y pedig a parttól mért távolság. A parton lévő úszó a parttól d távolságra (a fentebb említett partközeli részben) lévő stéghez szeretne úszni. Adatok: d = 30 m, u = 0,6 m/s, k = 0,05 1/s. Mekkora távolsággal föntebb (a folyásirányt figyelembe véve) kell a vízbe mennie, ha a folyásirányra merőlegesen állandó u sebességgel úszik? **(15 pont)**

Megoldás:

(a) Az úszó a parttól az idő függvényében

$y(t) = u \cdot t$ (*) *(2 pont)*

távolságra jut.

Közben az x irányú sebessége is folyamatosan változik a

$v_x(t) = k \cdot y(t) = k \cdot u \cdot t$ *(2 pont)*

összefüggésnek megfelelően.

A mozgás x irányú vetülete lényegében egy állandó gyorsulású mozgással azonosítható, ahol a gyorsulás

$a_x = k \cdot u$,

így az x irányú elmozdulás időfüggése:

$x(t) = \frac{1}{2} a_x t^2 = \frac{1}{2} k \cdot u \cdot t^2$. (**) *(5 pont)*

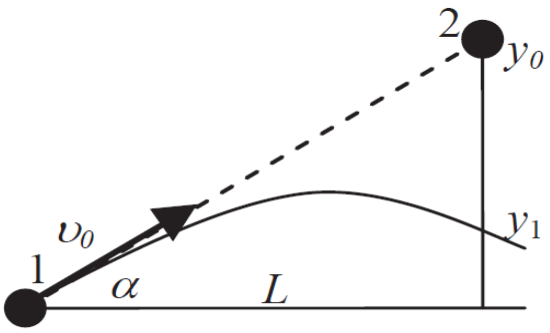
A sodródás (a stéghez jutás) ideje

$t_s = \frac{d}{u}$, *(2 pont)*

így meghatározható az a távolság is, amellyel az úszónak előrébb kell a vízbe mennie:

$x(t_s) = \frac{1}{2} a_x t_s^2 = \frac{1}{2} ku \left(\frac{d}{u}\right)^2 = \frac{kd^2}{2u} = 37{,}5\ \text{m}$ *(4 pont)*

6. Az ábrán látható két tömegpontot egyszerre indítjuk úgy, hogy miközben a 2. tömegpontot elengedjük, az 1. tömegpontot a 2. tömegpont kezdeti helyzetének irányába lőjük v_0 kezdősebességgel, α szöggel (a vízszinteshez képest). A két test vízszintes távolsága L. Tehát az alapadatok ($L;\alpha;v_0$).



Bizonyítsuk be, hogy ha a két test pályája metszi egymást, akkor a két test mindig találkozik a pályák ($L;y_1$) metszéspontjában, tehát ütköznek! Adjuk meg y_1 találkozási magasságot az alapadatokkal kifejezve! **(15 pont)**

Megoldás:

A 2. test y_0 kezdeti magassága:

$y_0 = L \cdot tg\alpha$ (*) *(1 pont)*

Az 1. test magassága az idő függvényében:

$y_1(t) = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$ (**) *(3 pont)*

A 2. test magassága az idő függvényében (*) felhasználásával:

$$y_2(t) = y_0 - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = L \cdot tg\alpha - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \qquad (***) \quad \textit{(3 pont)}$$

Az 1. test az L nagyságú vízszintes elmozdulást

$$t* = \frac{L}{v_0 \cdot \cos\alpha} \qquad \textit{(3 pont)}$$

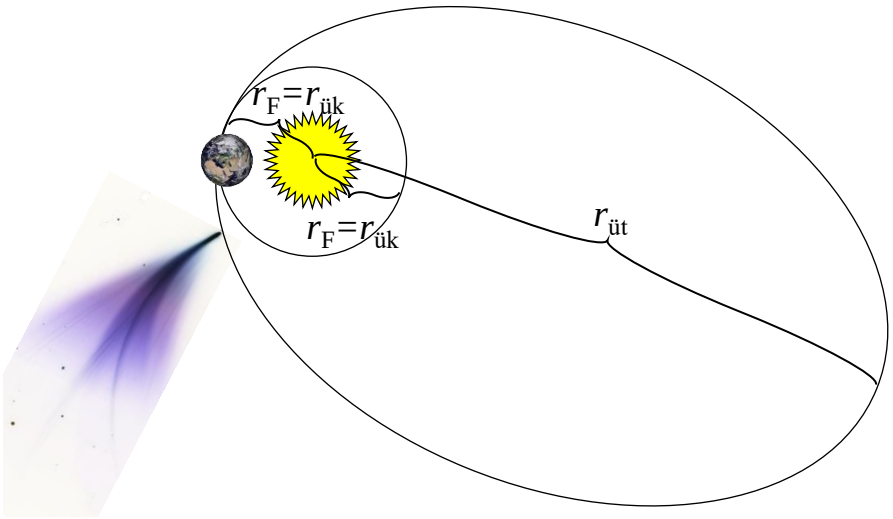
idő alatt teszi meg.
Ezt az időt (**) és (***) képletekbe helyettesítve látjuk, hogy a két test magassága ebben a pillanatban azonos:

$$y_1(t*) = y_2(t*) = L \cdot tg\alpha - \frac{1}{2} g \left(\frac{L}{v_0 \cdot \cos\alpha} \right)^2 \quad (****) \quad \textit{(5 pont)}$$

Tehát a két tömegpont valóban találkozik (ütközik) és az találkozási pont magasságát a (****) kifejezés adja meg.

7. Egy készülő új katasztrófafilm negatív „főhőse” egy üstökös, amely emberöltőnként egyszer, amikor napközelben van, összeütközéssel fenyegeti a Földet. (a) Hány csillagászati egység a Nap és az üstökös távolsága akkor, amikor az utóbbi naptávolban van, azaz hányszorosa a kérdezett távolság a Nap-Föld-távolságnak? A Nap tömegvonzásán kívül további hatásokat nem kell figyelembe venni. Egy emberöltőt 25 évnek vehetünk. (b) Hány százalékkal nagyobb az üstökös földközeli sebessége a Föld sebességénél? Az üstökös elnyúlt ellipszispályán, a Föld jó közelítéssel körpályán kering a Nap körül. **(15 pont)**

Megoldás:
A megadott 25 éves időtartam az üstökös keringési ideje, ezért jelöljük $T_ü$-vel. Az üstökösök Naptól való távolsága napközelben és naptávolban nagyon különböző, azaz nagyon elnyúlt pályán keringenek a Nap körül. A napközeli távolságot jelöljük $r_{ük}$-val, a naptávolit $r_{üt}$-vel. A kérdezett távolság az utóbbi: $r_{üt}$ = ?.



A Föld pályája ezzel szemben alig elnyúlt, vagyis nagyon jól közelíthető körrel, és több nevezetes mennyiséget is definiálnak tulajdonságai: sugara (r_F) a csillagászati egység [1 CsE (nemzetközi jelöléssel 1 AU, azaz astronomical unit)], keringési ideje, T_F = 1 év. A közelítő körpálya sugara jól egyezik a valódi ellipszispálya fél nagytengelyével: $r_F = a_F$ = 1 CsE.
Az üstökös pályájának nagytengelye 2 $a_ü = r_{ük} + r_{üt}$, ezen kívül tudjuk, hogy napközelben a Földet ütközésveszély fenyegeti: $r_{ük} = r_F$ = 1 CsE.
(a) Kepler III. törvénye kimondja, hogy a bolygók keringési idejeinek négyzetei úgy aránylanak egymáshoz, mint a pályák fél nagytengelyeinek köbei:

$$\frac{T_ü^2}{T_F^2} = \frac{a_ü^3}{a_F^3} \ (1\ pont)$$

Behelyettesítve az ismert mennyiségeket

$$\frac{(25\ \text{év})^2}{(1\ \text{év})^2}\ (1\ pont) = \frac{\left(\frac{r_{ük} + r_{üt}}{2}\right)^3}{r_F^3} = \frac{\left(\frac{1\ \text{CsE} + r_{üt}}{2}\right)^3}{(1\ \text{CsE})^3}\ (2\ pont) = \left(\frac{1\ \text{CsE} + r_{üt}}{2\ \text{CsE}}\right)^3$$

$$25^2 = \left(\frac{1\ \text{CsE} + r_{üt}}{2\ \text{CsE}}\right)^3$$

$$\sqrt[3]{25^2} = \frac{1\ \text{CsE} + r_{üt}}{2\ \text{CsE}}$$

$$2\sqrt[3]{25^2}\ \text{CsE} = 1\ \text{CsE} + r_{üt}$$

$$r_{üt} = \left(2\sqrt[3]{25^2} - 1\right)\ \text{CsE} =$$

= <u>16,1 CsE</u> *(2 pont)*, ennyiszer távolabb van az üstökös naptávolban, mint a Nap-Föld-távolság.
(b) Az üstökös és a Föld sebességének arányát illetően ismert, hogy egy bolygómozgást végző test sebessége egy olyan pillanatban, amikor a Naptól r távolságra található,

$$v_{\text{pill}} = \sqrt{\gamma M\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}\ (2\ pont)$$

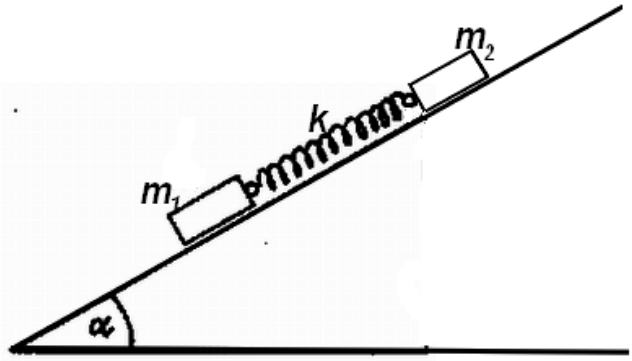
ahol a a test pályájának fél nagytengelye, M a Nap tömege és γ a gravitációs kölcsönhatásra jellemző állandó. A pályák fél nagytengelyei ismertek a példa első feléből:

$$\frac{v_{\text{ük}}}{v_{\text{F}}}\ (1\ pont) = \frac{\sqrt{\cancel{\gamma M}\left(\frac{2}{r_{\text{F}}}-\frac{1}{a_{\text{ü}}}\right)}}{\sqrt{\cancel{\gamma M}\left(\frac{2}{r_{\text{F}}}-\frac{1}{a_{\text{F}}}\right)}}(1\ pont) = \sqrt{\frac{\frac{2}{r_{\text{F}}}-\frac{2}{r_{\text{ük}}+r_{\text{üt}}}}{\frac{2}{r_{\text{F}}}-\frac{1}{a_{\text{F}}}}}\ (2\ pont)$$

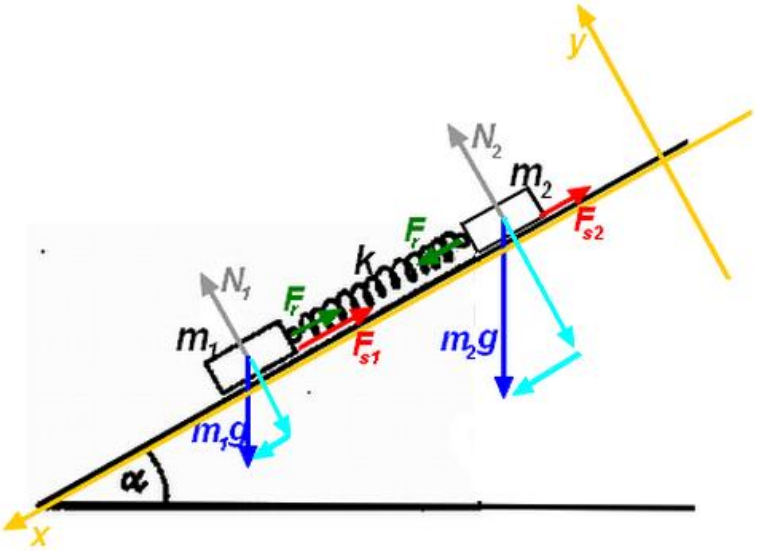
$$= \sqrt{\frac{\frac{2}{1\ \cancel{\text{CsE}}}-\frac{2}{1\ \cancel{\text{CsE}}+16{,}1\ \cancel{\text{CsE}}}}{\frac{2}{1\ \cancel{\text{CsE}}}-\frac{1}{1\ \cancel{\text{CsE}}}}} =$$

= 1,37 *(1 pont)*, azaz <u>37 %-kal</u> *(2 pont)* nagyobb az üstökös földközeli sebessége a Földénél.

8. Az α hajlásszögű lejtőn lefele csúszik a D rugóállandójú rugóval összekötött m_1 és m_2 tömegű testekből álló rendszer, mégpedig úgy, hogy az m_1 halad elől és a rugó hosszváltozása állandósult (nincs rezgés). A lejtő és a testek közötti súrlódási tényező rendre μ_1 és μ_2. Mekkora a rugó megnyúlása (vagy összenyomódása)?
Adatok: α = 53,13°, m_1 = 10 kg, m_2 = 20 kg, μ_1 =0,3 , μ_2 =0,1 , D = 100 N/m. **(30 pont)**



<u>Megoldás:</u>
A koordinátarendszert vegyük fel a szokásos módon: x-tengely a lejtővel párhuzamosan lefelé, az y-tengely a lejtőre merőlegesen felfelé *(1 pont)*. Az alábbi ábrába berajzoltuk az össze erőt, amely a két test alkotta rendszerre hat: sötétkékkel a súlyerőket *(2 pont)*, szürkével a felületi tartóerőket *(2 pont)*, pirossal a csúszási súrlódási erőket *(2 pont)* és zölddel a rugóerőket. *(2 pont)* A koordinátarendszer tengelyeit sárga színnel rajzoltuk be és világoskékkel megrajzoltuk a súlyerők tengelyekkel párhuzamos összetevőit is: a felbontási derékszögű háromszögekben a felső szög α (mivel merőleges szárú szögek a lejtő hajlásszögével), így a lejtővel párhuzamos komponensek $m_1 g \cdot \sin\alpha$, illetve $m_2 g \cdot \sin\alpha$, míg a lejtőre merőleges komponensek $m_1 g \cdot \cos\alpha$, illetve $m_2 g \cdot \cos\alpha$. *(4 pont)*



Írjuk fel a testekre a Newton-egyenleteket:
Az 1. testre:

x-tengely irányban:	$m_1 g \cdot \sin\alpha - F_{s1} - F_r = m_1 a$	*(1 pont)*
y-tengely irányban:	$N_1 - m_1 g \cdot \cos\alpha = m_1 \cdot 0$	*(1 pont)*
a súrlódási erő definíciója:	$F_{s1} = \mu_1 N_1$	*(1 pont)*

A 2. testre:

x-tengely irányban:	$F_r + m_2 g \cdot \sin\alpha - F_{s2} = m_2 a$	*(1 pont)*
y-tengely irányban:	$N_2 - m_2 g \cdot \cos\alpha = m_2 \cdot 0$	*(1 pont)*
a súrlódási erő definíciója:	$F_{s2} = \mu_2 N_2$	*(1 pont)*

Az 1. testre kapjuk, hogy:

$$m_1 g \cdot \sin\alpha - \mu_1 m_1 g \cdot \cos\alpha - F_r = m_1 a \qquad (*)$$

A 2. testre kapjuk, hogy:

$$m_2 g \cdot \sin\alpha - \mu_2 m_2 g \cdot \cos\alpha + F_r = m_2 a \qquad (**)$$

(*) és (**) összeadásával F_r rugóerő kiküszöbölhető és a gyorsulásra kapjuk, hogy:

$$a = \frac{(m_1 + m_2)\cdot \sin\alpha - (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)\cdot \cos\alpha}{(m_1 + m_2)} g = 7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$m_2 \cdot$(*) - $m_1 \cdot$(**) művelettel az *a* gyorsulás kiküszöbölhető (vagy a gyorsulásra kapott kifejezés visszahelyettesítésével) és kapjuk, hogy:

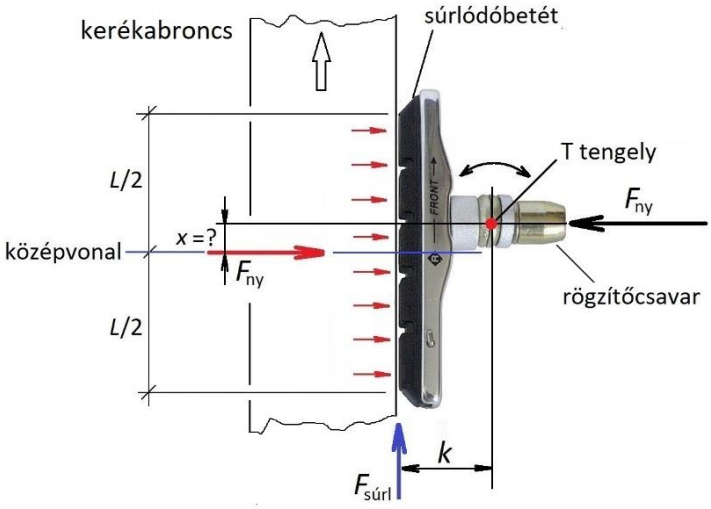
$$F_r = (\mu_2 - \mu_1)\frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} g \cdot \cos\alpha = -8\mathrm{N} \qquad \textit{(6 pont)}$$

A rugóerő nagyságára ismert $|F_r| = D \cdot \Delta l$ definíció felhasználásával a rugó hosszváltozása:

$$\Delta l = \frac{1}{D}|\mu_2 - \mu_1|\frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} g \cdot \cos\alpha = 0{,}08m = 8cm \quad \textit{(3 pont)}$$

A fenti ábránkon húzóirányban vettük fel pozitívnak az F_r rugóerőt, ami megnyúlásnál ébred, ám most $\mu_2 < \mu_1$, így F_r negatív, azaz a rugó *összenyomódott* 8 centiméterrel. *(2 pont)*

9. A V-fékes kerékpárokat úgy fékezzük, hogy a kerékabroncshoz nyomjuk a V-fék súrlódóbetétjét. A mellékelt ábrán egy jobb oldali fékpofa felülnézeti képe látható (a fékpofa bal oldali párját nem rajzoltuk be). Látható, hogy a fékpofa rögzítőcsavarja a súrlódóbetét középvonalához képest a kerékabroncs forgásirányába x értékkel el van tolva (nem a középvonalon van). A súrlódóbetétet az F_{ny} nyomóerő nyomja az abroncshoz. A súrlódóbetéten ébredő megoszló erők eredője megegyezik a nyomóerővel.



A fékpofát egy rögzítőcsavar erősíti a féktesthez (az ábrán ezt nem tüntettük fel). A féktest a fékpofával együtt kismértékben el tud fordulni az ábra síkjára merőleges T tengely körül.
A súrlódóbetét hossza L = 72mm, a fékpofa és a keréktárcsa közti súrlódási tényező μ = 0,25.
A súrlódó felületek síkja és a T tengely közti távolság k = 20 mm.

a) Mennyivel kell eltolni a fékpofa rögzítőcsavarját a középvonalhoz képest (x = ?), hogy a súrlódóbetét egyenletesen kopjon? Az egyenletes kopás feltétele, hogy az abroncs egyenletes eloszlású erővel nyomja a betétet (lásd a kis piros nyilakat). **(10 pont)**
b) A súrlódóbetét eleje vagy hátulja kopna gyorsabban, ha a rögzítőcsavar a középvonalon lenne? **(5 pont)**

<u>Megoldás:</u>

a) A súrlódóbetétet F_{ny} erővel nyomjuk az előre irányban forgó abroncshoz. Ha a súrlódóbetét egyenletesen kopik, akkor a kerékabroncs egyenletes eloszlású erővel nyomja a betétet. Ennek az egyenletes eloszlású erőrendszernek az eredője a középvonalban hat, nagysága megegyezik a nyomóerővel.
A súrlódó felületek síkjában ható súrlódási erő *(2 pont)*:

$$F_{súrl} = \mu F_{ny}.$$

Írjuk föl a fékpofára ható erők forgatónyomatékát az ábra síkjára merőleges T tengelyre. Ennek a nyomatéknak zérusnak kell lennie, mert ha nem lenne zérus, a nyomaték igyekezne elfordítani a fékpofát a T tengely körül, ami egyenlőtlen erőeloszlást és betétkopást okozna. A nyomaték zérus, ha *(5 pont)*:

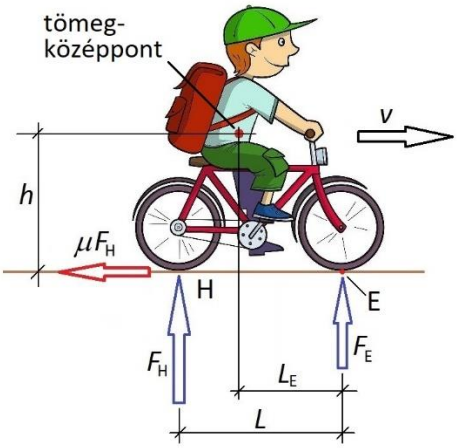
$$\mu F_{ny} k = F_{ny} x.$$

Innen a rögzítőcsavar helye *(3 pont)*: $x = \mu k$. Behelyettesítve: $x = 0{,}25 \times 20\,\text{mm} = 5\,\text{mm}$.

b) Ha a rögzítőcsavar középen lenne, a fékpofára ható nyomaték nem lenne zérus *(5 pont)*:

$$M = \mu F_{ny} k \neq 0.$$

Ez a nyomaték az óramutató járásával megegyező irányban igyekezne elfordítani a fékpofát a T tengely körül. Ennek hatására a fékbetét hátsó része erősebben nyomódna az abroncshoz, így erőteljesebben kopna, mint az első része.



10. Egy kerékpáros és a kerékpár (jármű) össztömege m = 90 kg. A tömegközéppont h = 100 cm magasan van a vízszintes úttest fölött. A tengelytáv L = 120 cm, a súlyvonal L_E = 80 cm-re van az első tengely mögött. A gumiabroncsok és az úttest közötti csúszó súrlódási tényező μ = 0,8. A kerekek tehetetlenségi nyomatékát, a légellenállást és a gördülési ellenállást hanyagoljuk el. g = 10 m/s^2.

a) Mekkora függőleges irányú erő hat a kerekekre, ha a jármű sebessége állandó? (**5 pont**)
b) Mekkora a jármű lassulása, ha a kerékpáros csak az állóra fékezett (az úttesten csúszó) hátsó kerékkel fékez (satufék)? Tegyük föl, hogy fékezés közben nem változik a tömegközéppont helye, és a kerékpáros nem borul föl. (**10 pont**)

c) Mekkora függőleges irányú erő hat a kerekekre fékezéskor? (**5 pont**)

Megoldás:

a) Fékezés előtt a jármű gyorsulása zérus, így a ráható erők és forgatónyomatékok eredője is zérus. A járműre ható erők, továbbá ezek forgatónyomatéka például az első kerék úttesttel érintkező pontján átmenő, a haladási irányra merőleges tengelyre *(3 pont)*:

$$F_0 = F_{H0} + F_{E0} - mg = 0\,, \qquad M = F_{H0}L - mgL_{E0} = 0\,.$$

Ebből a kerekekre ható támasztóerők *(2 pont)*:

$$F_{H0} = mg\frac{L_E}{L} = 90\,\text{kg}\times 10\,\text{m/s}^2 \times \frac{0{,}8\,\text{m}}{1{,}2\,\text{m}} = 600\,\text{N}\,, \qquad F_{E0} = mg - F_{H0} = 900\,\text{N} - 600\,\text{N} = 300\,\text{N}\,.$$

b) A járműre ható erők forgatónyomatékainak eredője az első kerék úttesttel érintkező **E** pontján átmenő, a haladási irányra merőleges tengelyre *(5 pont)*:

$$M = F_H L + \mu F_H h - mgL_E = 0\,.$$

Az eredő nyomaték azért zérus, mert a jármű nem borul föl.
A jármű mozgásegyenlete *(2 pont)*:

$$\mu F_H = ma\,, \qquad F_H = ma/\mu\,.$$

Ezeket behelyettesítve a nyomatéki egyenletbe:

$$\frac{ma}{\mu}L + mah - mgL_E = 0\,.$$

Innen a lassulás *(3 pont):*

$$a = \mu g\frac{L_E}{L+\mu h}\,, \qquad a = 0{,}8\times 10\,\text{m/s}^2 \times \frac{0{,}8\,\text{m}}{1{,}2\,\text{m} + 0{,}8\times 1\,\text{m}} = 3{,}2\,\text{m/s}^2\,.$$

c) A hátsó kerékre ható függőleges erő fékezéskor a nyomatékegyenletből *(3 pont)*:

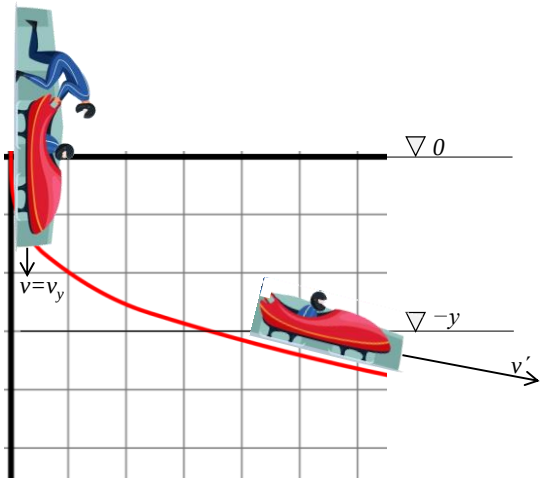
$$F_H = mg\frac{L_E}{L+\mu h}\,, \qquad F_H = 90\,\text{kg}\times 10\,\text{m/s}^2 \times \frac{0{,}8\,\text{m}}{1{,}2\,\text{m} + 0{,}8\times 0{,}8\,\text{m}} = 360\,\text{N}\,.$$

Az első kerékre ható erő *(2 pont)*: $F_E = mg - F_H = 900\,\text{N} - 360\,\text{N} = 540\,\text{N}$.

11. Bergengócia fővárosában közkedvelt turistacélpont a Matematikai és Fizikai Vidámpark. Ennek egyik népszerű attrakciója egy különleges bobszán-pálya. A pálya síkgörbe, tökéletesen súrlódásmentes, és függőlegesen kezdődik; a bobokat 5 m/s sebességgel indítják el lefelé. A pálya fokozatosan vízszintes irányba fordul, de a mozgás során a sebesség függőleges irányú összetevője állandó marad. (a) Mekkora lesz a bob sebességének nagysága 10 m-rel a kezdőszint alatt? (b) Mekkora ugyanitt a sebesség vízszintes irányú része? (c) Hány százalék a pálya lejtése ebben a pontban (azaz a vízszintes elmozdulás 1 méterére hány centiméter szintesés jut?) **(10 pont)**

<u>Megoldás:</u>

Jelölések: v_y = 5 m/s, y = 10 m. A kezdősebesség teljes egészében függőleges irányú, azaz $v = v_y$. A kérdezett sebességnagyság y szintesés után $v' = ?$, a vízszintes irányú része $v'_x = ?$.



(a) A tökéletesen súrlódásmentes pályán a bobszán összes mechanikai energiája megmaradó mennyiség, vagyis a mozgási és a helyzeti energia összege mindenütt ugyanannyi, pl. a kezdőpontban és 10 m szintesés után is:

$$\frac{1}{2} M\, v^2 + M\, g\, 0 = \frac{1}{2} M\, v'^2 + M\, g\, (-y) \text{ (2 pont)}$$

Itt a helyzeti energia nulla szintjét a kezdőpontba tettük, a bob tömegét pedig M-mel jelöltük.

$$v_y^2 = v'^2 - 2\, g\, y$$

$$v' = \sqrt{v_y^2 + 2\, g\, y} = \sqrt{\left(5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\text{ m}} \text{ (2 pont)} =$$

$$= \underline{\underline{15\text{ m/s}}} \text{ (1 pont)}.$$

(b) A leírás szerint a pálya alakja biztosítja, hogy a sebesség függőleges része állandó, ezért $v'_y = v_y$, következésképpen

$$v_x' = \sqrt{v'^2 - v_y'^2}\ (1\ pont) = \sqrt{v'^2 - v_y^2} = \sqrt{\left(15\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - \left(5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}\ (1\ pont) =$$

$$= \underline{\underline{14{,}14\ \mathrm{m/s}}}\ (1\ pont)$$

(c) A pálya lejtését meredekségnek is nevezhetjük, ebből a szóból kiindulva jelöljük m-mel. A pálya iránya szabja meg a sebesség irányát, azzal azonos, a sebesség irányát pedig – összetevőin keresztül – ismerjük:

$$m = \frac{v_y'}{v_x'} \cdot 100\ \%\ (1\ pont) = \frac{v_y}{v_x'} \cdot 100\ \% = \frac{5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{14{,}14\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \cdot 100\ \%\ (1\ pont) =$$

$$= \underline{\underline{35{,}4\ \%}}\ (1\ pont).$$

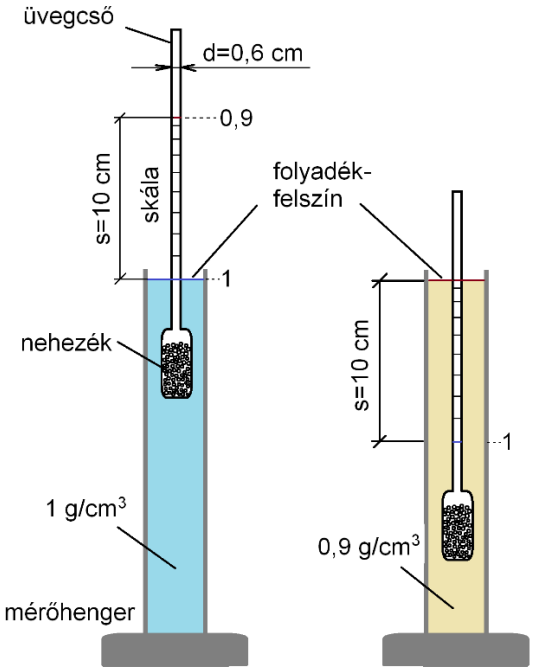
12. A folyadékok sűrűségének mérésére használt eszköz (areométer) skálabeosztással ellátott vékony, zárt üvegcső, amelynek alsó, kiszélesedő ürege nehezékkel van töltve.

Az ismeretlen sűrűségű folyadékot mérőhengerbe kell önteni, és ebbe kell belehelyezni a sűrűségmérőt. A sűrűségmérő merülési mélységéből meghatározható a folyadék sűrűsége, ez a folyadékfelszín magasságában a sűrűségmérő skálájáról olvasható le.

Egy sűrűségmérő méréstartománya:
$\rho_1 = 1\ \mathrm{g/cm^3}$, $\rho_2 = 0{,}9\ \mathrm{g/cm^3}$.

Ehhez a méréstartományhoz tartozó skála hossza $s = 10$ cm. A sűrűségmérő folyadékfelszínnel érintkező szárának átmérője $d = 0{,}6$ cm.

Mekkora a sűrűségmérő tömege? **(10 pont)**



Megoldás:

Az areométer addig süllyed a folyadékba, míg az általa kiszorított folyadék súlya egyenlővé nem válik a saját súlyával *(5 pont)*:

$$mg = \rho_1 V_1 g, \quad mg = \rho_2 V_2 g, \quad V_2 - V_1 = \Delta V,$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1 + \Delta V}{V_1} = 1 + \frac{\Delta V}{V_1}, \quad \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 = \frac{1}{0{,}9} - 1 = \frac{1}{9}, \quad V_1 = 9 \times \Delta V.$$

A méréshatárok közötti csőszakasz térfogata *(2 pont)*:

$$\Delta V = \frac{d^2\pi}{4} s = \frac{0{,}6^2\pi}{4} 10 \approx 2{,}827\ \mathrm{cm}^3.$$

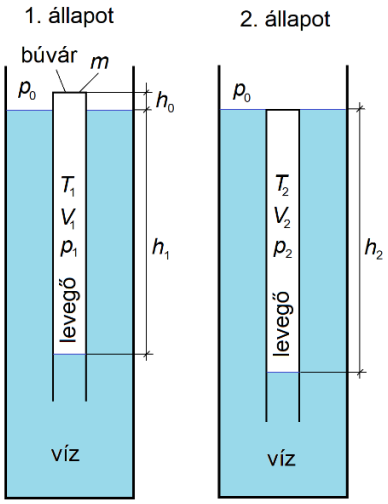
A $\rho_1 = 1\ \mathrm{g/cm^3}$ sűrűségű folyadékba merülő rész térfogata *(2 pont)*:

$$V_1 = 9\Delta V = 9 \times 2{,}827\ \mathrm{cm}^3 = 25{,}45\ \mathrm{cm}^3.$$

A keresett tömeg *(1 pont)*:

$$m = \rho_1 V_1 = 1\,\mathrm{g/cm^3} \times 25{,}45\,\mathrm{cm}^3 = 25{,}45\ \mathrm{g}.$$

13. A Cartesius-búvár (Raffaello Magiotti, 1648) egy alul nyitott, felül zárt, henger alakú üvegcső (a kémcsőhöz hasonlít). A búvárba kevés vizet öntünk, és nyitott végével lefelé egy vízzel töltött edénybe helyezzük. A búvárt a ráható erők mindig függőleges helyzetben tartják. Egy búvár üveganyagának tömege m = 10 g, keresztmetszete A = 1 cm^2, hossza L = 12 cm (öblös térfogata 12 cm^3). Az üveg tömör térfogatát és a búvárba zárt levegő tömegét hanyagoljuk el.
A kísérlet során a légnyomás és a víz sűrűsége állandó:
p_0 = 100 kPa, ρ = 1 g/cm^3; g = 10 m/s^2.



a) Az 1. állapotban a levegő és a víz hőmérséklete T_1 = 27°C. A búvárban annyi levegő van, hogy fölső végéből h_0 = 0,5 cm hosszú rész a vízfelszín fölött van. Mekkora a búvárba zárt levegő térfogata és nyomása? **(5 pont)**

b) Ha lassan elkezd hűlni a levegő és a víz, azt tapasztaljuk, hogy a búvár egyre lentebb süllyed. Tegyük föl, hogy a lehűlés közben a víz sűrűségének változása elhanyagolható. Mekkora hőmérsékletnél süllyed le a búvár teteje az edény vízszintjéig (2. állapot)? **(10 pont)**

c) Mi történik, ha a 2. állapotban lebegő búvárt egy parányi értékkel óvatosan lentebb nyomjuk, miközben a légnyomás és a hőmérséklet változatlan? Adjon magyarázatot! **(5 pont)**

<u>Megoldás:</u>

a) Az 1. állapotban a búvárra ható erők eredője zérus. Archimédesz-törvényéből a levegő térfogata *(3 pont)*:

$$F = -mg + \rho A h_1 g = 0\,, \qquad h_1 = \frac{m}{\rho A} = \frac{10\,\text{g}}{1\,\text{g/cm}^3 \times 1\,\text{cm}^2} = 10\,\text{cm}\,,$$

$$V_1 = A(h_0 + h_1) = 1 \times (0{,}5 + 10) = 10{,}5\,\text{cm}^3\,.$$

A búvárba zárt levegő nyomása az 1. állapotban megegyezik a légnyomás és a h_1 magasságú vízoszlop hidrosztatikai nyomásának összegével *(2 pont)*:

$$p_1 = p_0 + \rho g h_1 = 10^5\,\text{Pa} + 1000\,\text{kg/m}^3 \times 10\,\text{m/s}^2 \times 0{,}1\,\text{m} = 101\,000\,\text{Pa} = 101\,\text{kPa}\,.$$

b) A 2. állapotban (lebegéskor a lehűlt vízben) a búvárra ható erők eredője zérus. Innen a búvárba zárt levegőoszlop magassága és térfogata *(3 pont)*:

$$F = -mg + \rho A h_2 g = 0\,, \qquad h_2 = \frac{m}{\rho A} = h_1 = 10\,\text{cm}\,, \qquad V_2 = A h_2 = 1\,\text{cm}^2 \times 10\,\text{cm} = 10\,\text{cm}^3\,.$$

A búvárba zárt levegő nyomása a 2. állapotban *(2 pont)*: $p_2 = p_0 + \rho g h_2 = p_0 + \rho g h_1$.
Az egyesített gáztörvény a búvárba zárt levegőre: *(3 pont)*:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}\,, \qquad \frac{(p_0 + \rho g h_1) A (h_0 + h_1)}{T_1} = \frac{(p_0 + \rho g h_2) A h_2}{T_2}\,, \qquad \frac{h_0 + h_1}{T_1} = \frac{h_1}{T_2}\,.$$

A hőmérséklet a 2. állapotban (lebegéskor) *(2 pont)*:

$$T_2 = T_1 \frac{h_1}{h_0 + h_1} = 300\,\text{K}\,\frac{10\,\text{cm}}{10{,}5\,\text{cm}} \approx 285{,}7\,\text{K} = 12{,}7\,°\text{C}\,.$$

c) A kismértékben lentebb nyomott búvárban nő a levegő nyomása, ezért csökken a térfogata, egyre több víz nyomul a búvárba, ezáltal csökken a felhajtóerő, így a búvárra ható eredő erő lefelé mutat. Ha a búvár teteje lesüllyed a vízszintig, innentől már magától lesüllyed az edény aljáig. *(5 pont)*

14. Sárgabaracklekvárt főzünk. Amikor elkészül, befőttesüvegekbe töltjük, majd azokat lezárjuk. Az üvegek henger alakúak, 11,3 cm magasak, zárófedelük átmérője 9 cm, bennük lezáráskor a lekvár hőmérséklete 80 °C. Az üvegeket sohasem töltjük tele itallal, étellel, a beltartalom és a zárófedél között mindig van valamennyi levegő. A mi lekvárunk esetében a zárófedél olyan, hogy ha azt kívülről 10 N eredő erő nyomja, akkor kattanó hang kíséretében befelé hajló alakot vesz föl (ez a fedél alatti légtér méretét csak elhanyagolható mértékben csökkenti). (a) Milyen hőmérsékletűre hűlt a lekvár, amikor a kattanást meghallottuk? Feltételezhetjük, hogy a lekvár a hűlése közben egyenletes hőmérsékletű, a légköri nyomás 10^5 Pa, valamint hogy a lekvár és a zárófedél között a levegőn kívül megtalálható vízpára mennyisége és hatása elhanyagolható. (b) Amikor az üvegek és tartalmuk teljesen szobahőmérsékletűre (18 °C-ra) hűlt, meg akarjuk kóstolni a kész terméket. Ehhez az egyik üveg fedelét a képen látható nyitó eszközzel megszorítjuk, és a kupak közepétől 15 cm-re fogva kicsavarjuk azt, miközben az üveget nem engedjük elfordulni. Mekkora erőt kell kifejtenünk az üvegnyitó nyelére? A zárófedél belsejének szélén található rugalmas tömítőréteg és az üveg szája közötti tapadási súrlódási tényező 0,6. A lekvár és az üveg hőtágulását, valamint a zárófedél csavarmenetének leszorítóerejét hanyagoljuk el. **(20 pont)**

<u>Megoldás:</u>

Jelölések: h = 11,3 cm, d = 9 cm, T_1 = 80 °C = 353 K *(1 pont)*, F = 10 N, $p_{lk} = 10^5$ Pa, T_2 = ?; T_3 = 18 °C = 291 K *(1 pont)*, k = 15 cm, μ_0 = 0,6, F_{nyit} = ?.
A zárófedél alatti légtérben lezáráskor a légköri nyomás uralkodik: $p_1 = p_{lk}$, ezután állandó térfogatú hűlés megy végbe, melynek során a bezárt levegő nyomása, valamint a zárófedélre alulról ható nyomóerő csökken, a kattanás feltétele pedig az, hogy fölülről F erővel nagyobb nyomóerő hasson, mint alulról (a kattanás pillanatában a bezárt levegő nyomása p_2):
$p_{lk} A = p_2 A + F$ *(2 pont)*. Itt $A = \frac{d^2\pi}{4} = \frac{(0{,}09\ m)^2\pi}{4} = 0{,}006362\ \text{m}^2$ *(1 pont)* ezzel $p_2 = p_{lk} - \frac{F}{A} = 10^5\ \text{Pa} - \frac{10\ \text{N}}{0{,}006362\ \text{m}^2} = 0{,}9843 \cdot 10^5\ \text{Pa}$ *(2 pont)*.
(a) Az üveg tartalma fölött bezárt levegő állandó térfogatú, állapotváltozására ezért Gay-Lussac II. törvénye érvényes:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \quad (2\ pont)$$

aminek első egyenlőségét kihasználva

$$T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = 353\ \mathrm{K} \frac{0{,}9843 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}}{10^5\ \mathrm{Pa}} =$$

= 347,5 K *(1 pont)* = 74,5 °C.

(b) A második egyenlőség alapján a belső nyomás a szobahőmérsékletűre hűlt üvegben:

$$p_3 = p_1 \frac{T_3}{T_2} = 10^5\ \mathrm{Pa} \frac{291\ \mathrm{K}}{353\ \mathrm{K}} =$$

$= 0{,}8244 \cdot 10^5$ Pa *(2 pont)*.

Átrendezve a nyomóerőre vonatkozó, az első állapotváltozásra fölírt egyenletet

$$F_3 = (p_{lk} - p_3)A = \left(10^5\ \mathrm{Pa} - 0{,}8244 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}\right) \cdot 0{,}006362\ \mathrm{m}^2\ (2\ pont) =$$

= 111,7 N *(1 pont)*.

A tapadási erő, amit le kell győznünk, az üveg szájának minden kis felületelemén más és más irányú, viszont a zárófedél kicsavarásakor mindegyik rész-erőnek ugyanolyan irányú a forgatónyomatéka, így azt az összegzett súrlódási erőnek és az erőkarnak (ami az üveg sugara) a szorzataként írhatjuk:

$$F_{\mathrm{tap}} \frac{d}{2} = \mu_0 F_3 \frac{d}{2}\ (2\ pont) = F_{\mathrm{nyit}} k\ (1\ pont)$$

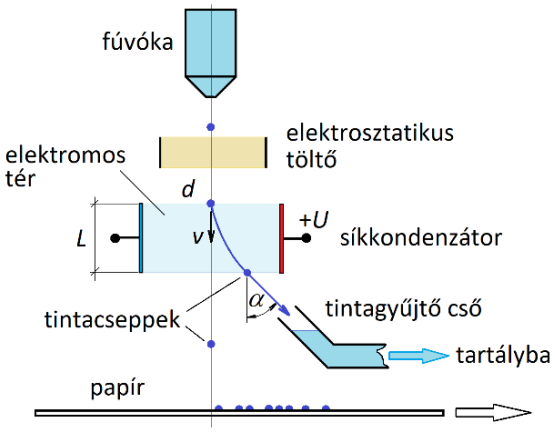
amiből

$$F_{\mathrm{nyit}} = \frac{\mu_0 F_3 \frac{d}{2}}{k} = \frac{0{,}6 \cdot 111{,}7\ \mathrm{N} \cdot \frac{9\ \mathrm{cm}}{2}}{15\ \mathrm{cm}} =$$

= 20,1 N *(2 pont)*.

15. Egy ipari tintasugaras nyomtató fúvókájából másodpercenként n = 40000 tintacsepp lép ki. A cseppek sebessége v = 20 m/s, átmérője D = 50 µm, a tinta sűrűsége ρ = 0,9 g/cm^3.

Egy elektrosztatikus töltő minden áthaladó tintacseppet Q =200 pC ($200 \cdot 10^{-12}$ C) nagyságú (negatív) töltéssel tölt fel. A feltöltött cseppek egy eltérítő síkkondenzátor lemezei között haladnak tovább az ábra szerint. A lemezek távolsága d = 1 mm, hosszuk L = 0,5 mm.



Ha a kondenzátorra nem kapcsolunk feszültséget, a cseppek irányváltozás nélkül csapódnak a nyomtatófej alatt elhaladó papírra. Ha feszültséget kapcsolunk a kondenzátorra, a lemezek között kialakuló homogén elektrosztatikus tér oldalra téríti a cseppeket: az elektrosztatikus térből kilépő cseppek sebességvektora α = 45°-os szöget zár be az eredeti haladási iránnyal, így ezek a cseppek egy tintagyűjtő csövön keresztül visszajutnak a nyomtató tintatartályába.

A cseppekre ható súlyerőt, felhajtóerőt és légellenállási erőt hanyagoljuk el (ezek több nagyságrenddel kisebbek az elektrosztatikus erőknél).

a) Mekkora a tintacseppek tömege? **(3 pont)**
b) Mekkora a szomszédos tintacseppek közötti távolság (követési távolság)? **(2 pont)**
c) Két, szomszédos, nem eltérített tintacsepp mekkora erővel taszítja egymást? **(3 pont)**

d) Mennyi idő alatt repülnek át a tintacseppek a kondenzátorlemezek közötti L hosszúságú téren? **(2 pont)**
e) Mekkora oldalirányú gyorsulás téríti el a cseppek haladási irányát $\alpha = 45°$-kal? **(5 pont)**
f) Mekkora feszültséget kell kapcsolni a kondenzátorra, hogy a tintacseppek $\alpha = 45°$-kal eltérülve a tintagyűjtő csőbe repüljenek? **(5 pont)**

Megoldás:

a) A cseppek térfogata és tömege *(3 pont)*:

$$V = \frac{D^3\pi}{6} = \frac{\left(50\times10^{-6}\,\mathrm{m}\right)^3\pi}{6} \approx 6{,}545\times10^{-14}\,\mathrm{m}^3\,,$$

$$m = \rho V = 900\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\times6{,}545\times10^{-14}\,\mathrm{m}^3 \approx 5{,}89\times10^{-11}\,\mathrm{kg}\,.$$

b) Két, szomszédos csepp kilépése közti idő és ebből a követési távolság *(2 pont)*:

$$\Delta t = \frac{1}{40000}\,\mathrm{s} = 25\,\mu\mathrm{s}\,, \qquad s = v\Delta t = 20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\times\frac{1}{40000}\,\mathrm{s} = 0{,}5\,\mathrm{mm}\,.$$

c) A szomszédos cseppek közti elektrosztatikus taszítóerő a Coulomb-törvény alapján *(3 pont)*:

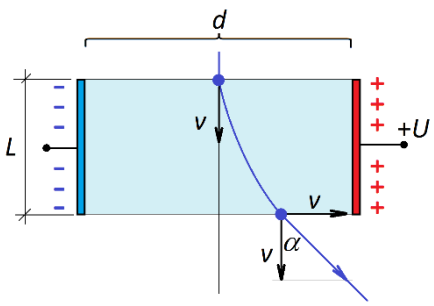
$$F = K\frac{Q^2}{s^2} = 9\times10^9\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}\,\frac{\left(2\times10^{-10}\,\mathrm{C}\right)^2}{\left(0{,}5\times10^{-3}\,\mathrm{m}\right)^2} \approx 1{,}44\times10^{-3}\,\mathrm{N}\,.$$

d) A cseppek repülési ideje a kondenzátorlapok közötti térben *(2 pont)*:

$$t = \frac{L}{v} = \frac{0{,}5\times10^{-3}\,\mathrm{m}}{20\,\mathrm{m/s}} = 25\,\mu\mathrm{s}\,.$$

e) A cseppek sebességének iránya akkor változik $\alpha = 45°$-kal, ha a kondenzátorlemezek közül kilépve az oldalirányú sebességük megegyezik a függőleges irányú sebességükkel. A cseppek függőleges irányú sebessége nem változik. A lemezek között az elektromos tér homogén, így állandó erő hat a cseppekre, tehát a cseppek oldalirányú gyorsulása állandó: az oldalirányú sebességváltozás és az idő hányadosa *(5 pont)*:

$$a = \frac{v}{t} = \frac{20\,\mathrm{m/s}}{25\times10^{-6}\,\mathrm{s}} = 8{,}0\times10^5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,.$$



f) A gyorsulást a kondenzátorlemezek közötti elektromos tér töltésre gyakorolt ereje hozza létre. Innen az eltérítő feszültség *(5 pont)*:

$$ma = QE = Q\frac{U}{d}\,,$$

$$U = \frac{m\,a\,d}{Q} = \frac{5{,}89\times10^{-11}\,\mathrm{kg}\times8{,}0\times10^5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\times10^{-3}\,\mathrm{m}}{2\times10^{-10}\,\mathrm{C}} \approx 236\,\mathrm{V}\,.$$