MEGOLDÁSOK ÉS PONTOZÁSI ÚTMUTATÓ

1. $v = 1{,}34\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $s_1 = 6440$ m, $v_1 = 2{,}68\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $v_2 = 0{,}447\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Az átlagsebesség $v = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2}$.

Nyugat felé t_1 ideig mozgott: $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{6440\,\mathrm{m}}{2{,}68\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 2403$ s.

Kelet felé való mozgására felírhatjuk, hogy $s_2 = v_2 \cdot t_2$. Beírva ez utóbbit az átlagsebesség összefüggésébe, egyenletet kapunk t_2-re (vagy s_2-re).

$v = \frac{s_1 + v_2 \cdot t_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow v(t_1 + t_2) = s_1 + v_2 \cdot t_2$.

$t_2 = \frac{s_1 - v \cdot t_1}{v - v_2} = \frac{6440 - 1{,}34 \cdot 2403}{1{,}34 - 0{,}447}$ s = <u>3606 s</u>. Ez a válasz a **b)** kérdésre. 7 pont

a) $s_2 = 0{,}447\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 3606$ s = <u>1612 m = 1,61 km</u>. Ez a kelet felé megtett távolság. 4 pont

c) Az elmozdulás a kiindulóhelytől $\Delta s = s_1 - s_2 = 6{,}44$ km – 1,61 km = <u>4,82 km</u> nyugati irányban. 4 pont

2. $t_1 = 60$ ms, $t_2 = 120$ ms, $t_3 = 180$ ms, $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

a) A kartonlap elég könnyű és nagy kiterjedésű, de mivel rövid ideig fog esni, föltehetjük, hogy a közegellenállás elhanyagolható, és a lap teljesen függőlegesen mozog.
A lap mozgása szabadesés, így a távolságokra fennáll:

$d_1 = \frac{g}{2} t_1^2 = \frac{9{,}81 \cdot 60^2 \cdot 10^{-6}}{2}$ m = 0,01766 m = 1,766 cm. 3 pont

$d_2 = \frac{g}{2} t_2^2 = \frac{9{,}81 \cdot 120^2 \cdot 10^{-6}}{2}$ m = 0,0706 m = 7,06 cm. 3 pont

$d_3 = \frac{g}{2} t_3^2 = \frac{9{,}81 \cdot 180^2 \cdot 10^{-6}}{2}$ m = 0,1589 m = 15,89 cm. 3 pont

b) $x = 0{,}06$ m. A kalibrálás a reakcióidő 60 ms és 120 ms között van, inkább ez utóbbihoz közel.

Számolással ellenőrizhetjük: $t = \sqrt{\frac{2x}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}06\,\mathrm{m}}{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \approx 0{,}11$ s =110 ms. 6 pont

3. Adatok: A=10 cm×10 cm=100 cm^2=10^{-2} m^2, $l_1 = 2$ m, $\rho_1 = 4050\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$,

$\rho_2 = 4050\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \frac{2}{3} = 2700\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, x=1,375 m (az ötvözet szabad végétől számítva).

a) Legyen az oszlop teljes hossza: *d*. Az egyes részek tömegei:

$$m_1 = l_1 \cdot A \cdot \rho_1 = 2\ \mathrm{m} \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2 \cdot 4050\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 81\ \mathrm{kg},$$

$$m_2 = l_2 \cdot A \cdot \rho_2 = (d - 2\ \mathrm{m}) \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2 \cdot 2700\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = (d - 2\mathrm{m}) \cdot 27\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}}.$$

A tömegközéppont helyére nézve fenn kell állnia, hogy $m_1 \cdot (x - \frac{l_1}{2}) = m_2 \cdot \left[\left(\frac{d - l_1}{2}\right) + (l_1 - x)\right]$,

azaz

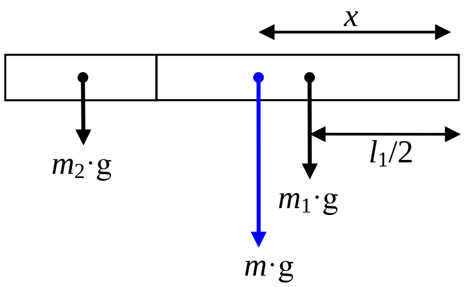
$$81\ \mathrm{kg} \cdot (1{,}375\mathrm{m} - 1\ \mathrm{m}) = (d - 2\ \mathrm{m}) \cdot 27\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}} \cdot \left(\frac{d - 2\ \mathrm{m}}{2}) + 2\ \mathrm{m} - 1{,}375\ \mathrm{m}\right)$$

$$3 \cdot 0{,}375\mathrm{m} = (d - 2\ \mathrm{m})\ \frac{1}{\mathrm{m}} \cdot \left(\frac{d}{2} - 0{,}375\ \mathrm{m}\right)$$

$$6 \cdot 0{,}375\mathrm{m} = (d - 2\ \mathrm{m})\ \frac{1}{\mathrm{m}} \cdot (d - 0{,}75\ \mathrm{m})$$

$$d^2 - 2{,}75\ \mathrm{m} \cdot d - 0{,}75\ \mathrm{m}^2 = 0$$

Ennek az egyenletnek a megoldása *d* = 3 m. 9 pont



b) A másik rész tömege

$$m_2 = (d - 2\mathrm{m}) \cdot 27\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}} = (3\ \mathrm{m} - 2\ \mathrm{m}) \cdot 27\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}} = 27\ \mathrm{kg},\ \text{így}$$

az oszlop tömege *m* =81 kg+27 kg=108 kg. 3 pont

c) A talajra kifejtett nyomás: $p = \frac{G}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{108\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{10^{-2}\ \mathrm{m}^2} = 1{,}059 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}$. 3 pont

4. Adatok: $M_1 = m$, $M_2 = m$, h = 0,6 m, s= 0,9 m.

a) Legyen a talaj és az M_2 tömegű test közötti súrlódási együttható értéke μ, a testek sebessége abban a pillanatban, amikor az M_1 tömegű test a talajra ér *v*. A munkatétel alapján felírható, hogy $\frac{1}{2}(M_1 + M_2) \cdot v^2 - 0 = M_1 \cdot g \cdot h - \mu \cdot M_2 \cdot g \cdot h$, azaz

$\frac{1}{2}(m + m) \cdot v^2 - 0 = m \cdot g \cdot h - \mu \cdot m \cdot g \cdot h$, ahonnan $v^2 = g \cdot h \cdot (1 - \mu)$.

Az M_2 tömegű test ezzel a sebességgel tovább halad, és még *s*-*h* utat tesz meg, majd ez a test is megáll. A munkatétel alapján $0 - \frac{1}{2} \cdot M_2 \cdot v^2 = -\mu \cdot M_2 \cdot g \cdot (s - h)$, azaz

$v^2 = 2 \cdot \mu \cdot g \cdot (s - h)$. A sebesség-négyzetekre kapott összefüggések összehasonlításából $2 \cdot \mu \cdot g \cdot (s - h) = g \cdot h \cdot (1 - \mu)$, azaz $2 \cdot \mu \cdot s - 2 \cdot \mu \cdot h = h - \mu \cdot h$, ahonnan

$$\mu = \frac{h}{2 \cdot s - h} = \frac{0{,}6\ m}{2 \cdot 0{,}9\ m - 0{,}6\ m} = 0{,}5$$ 9 pont

b) Az M_2 tömegű test addig gyorsul, míg az M_1 tömegű test a talajra nem ér, azaz *h*=0,6 m hosszúságú úton. A testekre felírt erők, mozgásegyenletek alapján a gyorsulás

$$a_{gy} = \frac{M_1 \cdot g - \mu \cdot M_2 \cdot g}{M_1 + M_2} = g \cdot \frac{1 - \mu}{2} = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{1 - 0{,}5}{2} = 2{,}45\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\ (= \frac{g}{4})\ .$$ 3 pont

c) Az M_2 tömegű test még s-h=0,3 m hosszú úton mozog, de már lassulva. A rá ható súrlódási erő miatt lassul, lassulása $a_{las} = \mu \cdot g = 0{,}5 \cdot 9{,}81 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 4{,}905 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \ (= \frac{g}{2})$. 3 pont

5. Adatok: t_1=0 °C, T_1=273 K, m=0,026 kg, Q=2,15·10^5 J, $p_2 = p_1+3\cdot p_1=4\cdot p_1$, f=5.

a) A melegítés izochor folyamat, így fennáll, hogy $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$, ahonnan

$T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2}{p_1} = 4 \cdot T_1 = 1092 \ \mathrm{K} = 819 \ ^\circ\mathrm{C}$. 3 pont

b) A melegítés során közölt hőre nézve fennáll, hogy $Q = c_V \cdot m \cdot \Delta T$, ahonnan az állandó térfogathoz tartozó fajhő

$$c_V = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} = \frac{Q}{m \cdot (T_2 - T_1)} = \frac{2{,}15 \cdot 10^5 \ \mathrm{J}}{0{,}026 \ \mathrm{kg} \cdot 3 \cdot 273 \ \mathrm{K}} = 10096{,}7 \ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}} \approx 10{,}1 \ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}}.$$ 3 pont

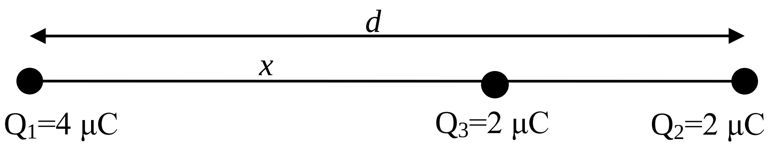
c) A szabadsági fokok összekapcsolják a kétféle fajhőt: $\frac{c_p}{c_V} = \frac{\frac{f+2}{2}}{\frac{f}{2}} = \frac{f+2}{f} = \frac{5+2}{5} = 1{,}4$, így az állandó nyomáshoz tartozó fajhő $c_p = 1{,}4 \cdot c_V = 1{,}4 \cdot 10{,}1 \ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}} = 14{,}14 \ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}}$. 5 pont

d) A fajhőadatok alapján a gáz pl. hidrogén (H_2) lehet. A hidrogén molekulasúlya $M = 2 \ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$, így a tartályban lévő gáz mennyisége $n = \frac{m}{M} = 13 \ \mathrm{mol}$. 4 pont

6. Adatok: Q = 8 μC, d = 14 cm.

a) A harmadik golyó és az első golyó töltése az első hozzáérintés után $Q_1 = Q' = \frac{Q}{2} = 4$ μC lesz. Ennek a golyónak a második golyóhoz való érintésével a második golyó töltése és a harmadik golyó töltése is $Q_2 = Q_3 = \frac{Q'}{2} = 2$ μC lesz. 5 pont

b) A harmadik töltés csak az első és a második töltés között helyezhető el, ha azt akarjuk, hogy az nyugalomban legyen az adott helyen. A töltések elhelyezése:

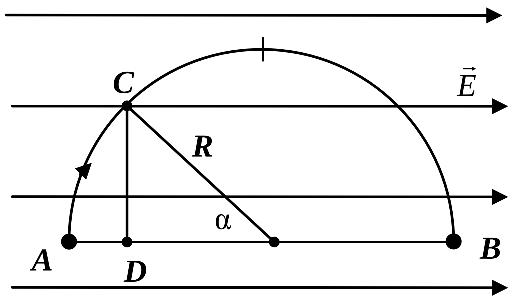


A Q_3 töltés nyugalomban lesz azon a helyen, ahol az egyensúlyban van. Egyensúlyának az a feltétele, hogy a rá ható Coulomb-erők eredője zérus legyen: $k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{x^2} = k \cdot \frac{Q_3 \cdot Q_2}{(d-x)^2}$,

ahonnan $x^2 = 2 \cdot (d-x)^2$, amiből $x = \sqrt{2} \cdot (d-x)$. 8 pont

c) A harmadik töltés távolsága az elsőtől $x = \frac{\sqrt{2} \cdot d}{1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 14 \mathrm{cm}}{1+\sqrt{2}} = 8{,}2 \ \mathrm{cm}$. 2 pont

7. Adatok:
Q=50 μC=$5\cdot10^{-5}$ C, W=0,06 J, R=3 cm=0,03 m.



a) Az elektromos mező konzervatív mező. Így a töltés mozgatásakor végzett munka független az úttól, csak az út két végpontja helyzetétől függ. Így a végzett munka a félkör mentén megegyezik azzal a munkával, ami ahhoz kell hogy a töltés az **AB** szakasz mentén *A*-ból *B*-be jusson. Így a végzett munka $W = F\cdot R = E\cdot Q\cdot R$, amiből a térerősség nagysága

$$E=\frac{W}{2\cdot R\cdot Q}=\frac{0{,}06\ \text{J}}{0{,}06\ \text{m}\cdot 5\cdot10^{-5}\ \text{C}}=20000\ \frac{\text{N}}{\text{C}}=20000\ \frac{\text{V}}{\text{m}}=20\frac{\text{kV}}{\text{m}}.$$ 5 pont

b) A *B* pont potenciálja az *A* pontéhoz képest $U=E\cdot 2\cdot R=20000\ \frac{\text{V}}{\text{m}}\cdot 0{,}06\ \text{m}=1200\ \text{V}.$ 2 pont

c) Ha a töltés megteszi a negyedkörnyi utat, akkor a *C* pontba jut. Mivel az elektrosztatikus mező konzervatív, az *AC* ív menti munkavégzés megegyezik az AD szakaszon végzett munkával.
A szakasz hossza:

$$AD=R-R\cdot\cos\alpha=R\cdot(1-\cos 45^\circ)==R\cdot(1-\frac{\sqrt{2}}{2})=0{,}03\ m\cdot(1-\frac{\sqrt{2}}{2})=8{,}786\cdot10^{-3}\,\text{m}$$ Így a munkavégzés nagysága

$$W_{AC}=W_{AD}=E\cdot Q\cdot AD=20000\ \frac{\text{N}}{\text{C}}\cdot 5\cdot10^{-5}\ \text{C}\cdot 8{,}786\cdot10^{-3}\ \text{m}=8{,}786\cdot10^{-3}\ \text{J}.$$ 8 pont

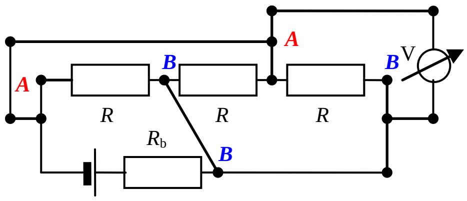
8. Adatok: C = 10 μF = 10^{-5} F, U= 2000 V, A=1 mm^2, l = 5 cm = 0,05 m, Δt = 2 s = 10^{-3} s,
η=0,9, ρ_{Ag}=10,5 $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$=10500 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, c=0,23 $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}}$.

a) A fegyverzeteken felhalmozódott töltés nagysága $Q=C\cdot U=10^{-5}\ \text{F}\cdot 2000\ \text{V}=0{,}02\ \text{C}$. 5 pont

b) A kondenzátorban tárolt energia $W=\frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2$.
A melegítésre fennáll, hogy $\eta\cdot W=c\cdot m\cdot\Delta T=c\cdot l\cdot A\cdot\rho_{\text{Ag}}\cdot\Delta T$, azaz
$\eta\cdot\frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2=c\cdot l\cdot A\cdot\rho_{\text{Ag}}\cdot\Delta T$, ahonnan a hőmérsékletnövekedés

$$\Delta T=\frac{\eta\cdot C\cdot U^2}{2\cdot c\cdot l\cdot A\cdot\rho_{Ag}}=\frac{0{,}9\cdot10^{-5}\ \text{F}\cdot 4\cdot10^{6}\ \text{V}^2}{2\cdot 230\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}}\cdot 0{,}05\ \text{m}\cdot10^{-6}\ \text{m}^2\cdot 10500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}=149{,}1\ {}^\circ\text{C}.$$ 10 pont

9. Adatok: R=48 Ω, U_k=3,2 V, $P_{össz}$=0,9 W



a) Jelöljük meg az azonos potenciálú pontokat (*A* és *B*). Így kiderül, hogy az *R* nagyságú ellenállások párhuzamos kapcsolásban vannak. Az ellenállásokat tartalmazó ágakban folyó áramok erőssége:

$$I_1=I_2=I_3=\frac{U_k}{R}=\frac{3{,}2\ \text{V}}{48\ \Omega}=\frac{1}{15}\ \text{A}=0{,}067\ \text{A}.$$

A telepen átfolyó áram erőssége így $I=3\cdot I_1=\frac{3}{15}\ \text{A}=0{,}2\ \text{A}.$

A telep összes teljesítményére nézve fennáll, hogy $P_{\text{össz}} = I^2 \cdot (R_b + R_k)$. Az ellenállások párhuzamos kapcsolás miatt $R_k = \frac{R}{3} = \frac{48\,\Omega}{3} = 16\ \Omega$. Így a telep belső ellenállásának nagysága

$R_b = \frac{P_{\text{össz}}}{I^2} - R_k = \frac{0{,}9\ \text{W}}{(0{,}2\ \text{A})^2} - 16\ \Omega = 6{,}5\ \Omega$. 9pont

b) A telep üresjárási feszültsége $U_0 = I \cdot (R_b + R_k) = 0{,}2\ \text{A} \cdot (6{,}5\ \Omega + 16\ \Omega) = 4{,}5\ \text{V}$. 2 pont

c) A rövidzárási áram értéke $I_r = \frac{U_0}{R_b} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{6{,}5\ \Omega} = 0.692\ \text{A}$. 2 pont

d) A telep hatásfoka $\eta = \frac{P_{\text{hasznos}}}{P_{\text{össz}}} = \frac{I^2 \cdot R_k}{P_{\text{össz}}} = \frac{(0{,}2\ \text{A})^2 \cdot 16\ \Omega}{0{,}9\ \text{W}} = 0{,}711 = 71{,}1\%$. 2 pont

10. Adatok: $B = 0{,}8\ \frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{m}^2}$, l=50 cm=0,5 m, R=20 cm=0,2 m, n=3000 min^{-1}=50 $\frac{1}{s}$, L=0,5 H.

a) Alkalmazzuk a Neumann-féle törvényt:

$U_{\max} = B \cdot l \cdot v_{\max} = B \cdot l \cdot R \cdot \omega = B \cdot l \cdot R \cdot 2 \cdot \pi \cdot n = 0{,}8\ \frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{m}^2} \cdot 0{,}5\ \text{m} \cdot 0{,}2\ \text{m} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50\ \frac{1}{\text{s}} =$

$= 25{,}13\ \text{V}$ 4 pont

b) A feszültség időbeli lefolyása

$U = B \cdot l \cdot v = B \cdot l \cdot v_{\max} \cdot \sin\alpha = B \cdot l \cdot v_{\max} \cdot \sin 2 \cdot \pi \cdot n \cdot t = 25{,}13\ \text{V} \cdot \sin 314\ \frac{1}{s} \cdot t$. 3 pont

c) Az elektrodinamikus műszer effektív értéket mutat, azaz $U = U_{\text{eff}} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = 17{,}77\ \text{V}$. 3 pont

d) A tekercs induktív ellenállásának nagysága

$X_L = L \cdot \omega = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot n = 0{,}5\ \text{H} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 = 157{,}08\ \Omega$. A tekercsen átfolyó áram erőssége

$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{X_L} = \frac{17{,}77\ \text{V}}{157{,}08\ \Omega} = 0{,}113\ \text{A}$. 5 pont

11. a) A béta-bomlásban elektron keletkezik, amelynek negatív töltése van, így a reakcióban a kobalt rendszáma 27 kell legyen, a tömegszám változatlanul marad 59. A rendszám a protonok számával egyenlő (27), a neutronok száma $N = A - Z = 59 - 27 = 32$. 6 pont

b) $N_1 = 10^{20}$, $N_2 = 6{,}25 \cdot 10^{19}$. t = 30 nap.

Felírhatjuk a bomlási törvényt: $N_2 = N_1 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, ahol T a keresett felezési idő.
Az egyenletből fejezzük ki a felezési időt ($N_1/N_2 = 1{,}6$):

$T = t \cdot \frac{\ln 2}{\ln \frac{N_1}{N_2}} = \frac{\ln 2}{\ln \frac{N_1}{N_2}} \cdot 30\ \text{nap} = 44{,}24\ \text{nap}$. 9 pont

12. Adatok: m= 3 g, a mag tömege M = 62, 939 598 a.u, a proton tömege m_p= 1,007 276 a.u., a neutron tömege m_n = 1,008 665 a.u., az atomi tömegegység 1 a.u. = 1,660 566·10^{-27} kg, a fény sebessége $c = 3 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

A protonok száma Z = 29, a neutronok száma $N = A - Z = 63 - 29 = 34$.
1 rézatomra vonatkozó kötési energia a tömeghiányból számolható:

$E_1 = \Delta m \cdot c^2 = (Z\,m_p + N\,m_n - M)\,c^2$.
Adatokkal: Δm = (29·1,007 276 + 34·1,008 665 – 62, 939 598) a.u. = 0,566 016 a.u. = =9,39907·10^{-27} kg. $\boxed{\text{9 pont}}$

A kötési energia egy rézatomra nézve:

$E_1 = \Delta m{\cdot}c^2 = 0{,}939907{\cdot}10^{-27}\ \mathrm{kg}{\cdot}9{\cdot}10^{16}\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 8{,}459163{\cdot}10^{-11}$ J. $\boxed{\text{2 pont}}$

Az m = 3 g rézben levő összes rézatomok száma, mivel a mag tömege M = 62, 939 598 a.u.,:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{3\ \mathrm{g}}{62{,}939\,598\ \mathrm{a.u.}} = \frac{3\cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg}}{62{,}939\,598\cdot 1{,}660\,566\cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}} = 2{,}8687\cdot 10^{22}\ .$$ $\boxed{\text{2 pont}}$

A 3 g réz protonokra és neutronokra való szétbontásához szükséges energia:

$$E_{\text{összes}} = n\cdot E_1 = 2{,}8687\cdot 10^{22}\cdot 8{,}459163\cdot 10^{-11}\ \mathrm{J} = 2{,}4267\cdot 10^{12}\ \mathrm{J}.$$ $\boxed{\text{2 pont}}$