1.

Adatok: $t_1 = t_2 = t_3 = 10\ s$, $t = 0,5\ \min = 30\ s$, $v_1 = 5\ \frac{m}{s}$, $v_2 = 15\ \frac{m}{s}$, $v_3 = 25\ \frac{m}{s}$.

a) s=? b) v'=? c) Igazolás: $\frac{s'}{s} = \frac{3}{4}$.

a) A test egyenes pályán, az első 10 másodpercben egyenletesen gyorsuló, a második 10 másodpercben egyenletes, a harmadik 10 másodpercben szintén egyenletesen gyorsuló mozgást végez. A test t=0,5 min=30 s idő alatt megtett útját az egyes szakaszokhoz tartozó átlagsebességek felhasználásával kiszámíthatjuk:

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 + \frac{v_2 + v_3}{2} \cdot t_3 = \frac{5\ \frac{m}{s} + 15\ \frac{m}{s}}{2} \cdot 10\ s + 15\ \frac{m}{s} \cdot 10\ s +$$

$$+ \frac{15\ \frac{m}{s} + 25\ \frac{m}{s}}{2} \cdot 10\ s = 100\ m + 150\ m + 200\ m = 450\ m.$$

5 pont

b) A grafikon alapján megállapítható, hogy az első 10 másodpercben a test sebessége másodpercenként $1\ \frac{m}{s}$-mal növekszik. Így 9 s alatt a sebesség növekedése

$\Delta v = 1\ \frac{m}{s} \cdot 9 = 9\ \frac{m}{s}$. Ennek megfelelően a test sebessége a 9. másodperc végén:

$$v' = v_1 + \Delta v = 5\ \frac{m}{s} + 9\ \frac{m}{s} = 14\ \frac{m}{s} = 14 \cdot 3,6\ \frac{km}{h} = 50,4\ \frac{km}{h}.$$ *5 pont*

c) A test a 20. és a 30. másodpercek közötti időszakaszon is egyenletesen gyorsuló mozgást végez. A test sebessége a grafikon alapján ezen a szakaszon is másodpercenként $1\ \frac{m}{s}$-mal növekszik. Így a 25. másodperc végén a test sebessége $v'' = 15\ \frac{m}{s} + 5 \cdot 1\ \frac{m}{s} = 20\ \frac{m}{s}$.

A 20 s és a 25 s közötti 5 s idő alatt megtett út:

$$\Delta s = \frac{v_2 + v''}{2} \cdot 5\ s = \frac{15\ \frac{m}{s} + 20\ \frac{m}{s}}{2} \cdot 5\ s = 87,5\ m.$$

A 25. másodperc végéig megtett út: $s' = s_1 + s_2 + \Delta s = 100\ m + 150\ m + 87,5\ m = 337,5\ m.$

Így ezen útnak a teljes megtett úthoz viszonyított aránya: $\frac{s'}{s} = \frac{337,5\ m}{450\ m} = 0,75 = \frac{3}{4}$. *5 pont*

2.

Adatok: $v_0 = 72\ \frac{km}{h} = 20\ \frac{m}{s}$, $R = 20\ m$, $\Delta t' = 1\ s$, $\Delta v' = 2\ \frac{m}{s}$, $t = 6\ s$.

a) v_6=? b) s_6=? c) $\left|F_{fék}\right| = ?$, irány? d) Eljut-e?

a) A test $v_0 = 72\ \frac{km}{h} = 20\ \frac{m}{s}$ nagyságú sebességgel indul. Sebessége 6 s alatt $\Delta v = 6 \cdot 2\ \frac{m}{s} = 12\ \frac{m}{s}$-mal csökken. Így pillanatnyi sebessége a 6. másodperc végén $v_6 = v_0 - \Delta v = 20\ \frac{m}{s} - 12\ \frac{m}{s} = 8\ \frac{m}{s}$ nagyságú. *4 pont*

b) A test által a körpálya kerülete mentén megtett út 6 másodperc alatt:

$$s_6 = \frac{v_0 + v_6}{2} \cdot t = \frac{20\ \frac{m}{s} + 8\ \frac{m}{s}}{2} \cdot 6\ s = 84\ m .$$ *4 pont*

c) A test lassulása (gyorsulásának nagysága): $|a| = \left| \frac{-2\ \frac{m}{s}}{1\ s} \right| = 2\ \frac{m}{s^2}$. A fékezőerő nagysága: $|F_{fék}| = m \cdot |a| = 2\ kg \cdot 2\ \frac{m}{s^2} = 4\ N$. *3 pont*

Az erő a test sebességének irányával ellentétes, és a körpálya érintőjének irányába mutat.

d) Könnyen kideríthető, hogy a test az indulástól számítva $t_{össz} = 10\ s$ múlva megáll. Megtett útja $t_{össz} = 10\ s$ alatt: $s_{össz} = \frac{v_0 + 0}{2} \cdot t_{össz} = \frac{20\ \frac{m}{s} + 0}{2} \cdot 10\ \frac{m}{s} = 100\ m$. A körpálya kerületének nagysága: $K = 2 \cdot R \cdot \pi = 2 \cdot 20\ m \cdot \pi = 125{,}66\ m$. Mivel $s_{össz} < K$, így a test *nem jut el* a kiindulási helyig. *4 pont*

3.

Adatok: $a = 3\ cm = 3 \cdot 10^{-2}\ m,\ K = 459\ mN,\ G' = 0{,}513\ N, \rho_2 = 0{,}8 \cdot \rho_1,\ g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

$a)\ \rho_1 = ?,\ \rho_2 = ?,\ b)\ M = ?,\ c)$ Milyen fém?

a) Ha a test a ρ_1 sűrűségű folyadékba merül, akkor fennáll, hogy $K = M \cdot g - V \cdot \rho_1 \cdot g$; ha a ρ_2 sűrűségű folyadékba merül, akkor fennáll, hogy $G' = M \cdot g - V \cdot \rho_2 \cdot g$. A két összefüggésből $G' - K = V \cdot (\rho_1 - \rho_2) \cdot g = V \cdot 0.2 \cdot \rho_1 \cdot g$, *4 pont*

amiből $\rho_1 = \frac{G' - K}{0{,}2 \cdot a^3 \cdot g}$.

Így $\rho_1 = \frac{0{,}513\ N - 0{,}459\ N}{0{,}2 \cdot \left(3 \cdot 10^{-2}\ m\right)^3 \cdot 10\ \frac{m}{s^2}} = 1000\ \frac{kg}{m^3}$, és $\rho_2 = 0{,}8 \cdot \rho_1 = 0{,}8 \cdot 1000\ \frac{kg}{m^3} = 800\ \frac{kg}{m^3}$.

4 pont

b) A test tömege:

$$M = \frac{K + V \cdot \rho_1 \cdot g}{g} = \frac{0{,}459\ N + \left(3 \cdot 10^{-2}\ m\right)^3 \cdot 1000\ \frac{kg}{m^3} \cdot 10\ \frac{m}{s^2}}{10\ \frac{m}{s^2}} = 0{,}0729\ kg = 72{,}9\ g .$$ *4 pont*

c) A test sűrűsége: $\rho_{test} = \frac{M}{V} = \frac{0,0729\ kg}{\left(3\cdot 10^{-2}\ m\right)^3} = 2700\ \frac{kg}{m^3}$, azaz a test **alumíniumból** készülhetett. *3 pont*

4.

Adatok: $m_{edény} = 0,45\ kg,\ m_{víz} = 4\ kg,\ t_{víz} = 25\ ^oC,\ P = 1\ kW = 10^3\ W,$

$t = 144\ \min = 8640\ s$, $c = 450\ \frac{J}{kg\cdot {}^oC}$, $c_{víz} = 4180\ \frac{J}{kg\cdot {}^oC}$, $L_f = 2,25\ \frac{MJ}{kg}$

η=?

A főzőlap által termelt, ún. leadott hő:
$Q_{le} = P\cdot t = 1\ kW\cdot 144\ \min = 1000\ W\cdot 8640\ s = 8640000\ J = 8640\ kJ.$ *2 pont*
A melegítés során az edényt 25 °C-ról 100 °C-ra kell melegíteni. Az ehhez szükséges hő:
$Q_1 = c\cdot m_{edény}\cdot\Delta T = 450\ \frac{J}{kg\cdot {}^\circ C}\cdot 0,45\,kg\cdot\left(100\ {}^\circ C - 25\,{}^\circ C\right) = 15187,5\ J = 15,1875\ kJ$. *2 pont*
Az edényben lévő teljes vízmennyiséget is 100 °C-ra kell melegíteni. Ehhez

$Q_2 = c_{víz}\cdot m_{víz}\cdot\Delta T = 4180\ \frac{J}{kg\cdot {}^\circ C}\cdot 4\ kg\cdot\left(100\ {}^\circ C - 25\ {}^\circ C\right) = 1254000\ \ J = 1254\ kJ$ *2 pont*
nagyságú hő szükséges.
A víz fele forr el. Az elforraláshoz szükséges hő:
$Q_{forralás} = \frac{m_{víz}}{2}\cdot L_f = \frac{4\ kg}{2}\cdot 2,25\ \frac{MJ}{kg} = 4,5\ MJ = 4500\ kJ$. *2 pont*
Az edény és a víz által felvett hő nagysága:
$Q_{fel} = Q_1 + Q_2 + Q_{forralás} = 15,1875\ kJ + 1254\ kJ + 4500\ kJ = 5769,1875\ kJ$. *2 pont*
A keresett hatásfok értéke: $\eta = \frac{Q_{fel}}{Q_{le}} = \frac{5769,1875\ kJ}{8640\ kJ} = 0,668 = 66,8\,\%$ *5 pont*

5.

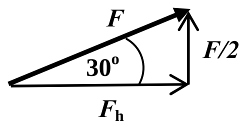
Adatok: $m = 2\ kg,\ F = 2\ N,\ F' = 5\ N,\ \alpha = 30^\circ,\ s = 1,4\ m,\ g = 10\ \frac{m}{s^2}$

a) a=? b) $W_{súrlódási}$=? c) $W_{gravitációs}$=?

a) Ha a test vízszintes talajon egyenletesen mozog, akkor a rá ható erők eredője 0. Így az $F' = 2\ N$ nagyságú, vízszintes húzóerőt a súrlódási erő egyenlíti ki, azaz most $F_s' = 2\ N$. A testre ható $m\cdot g = 2\ kg\cdot 10\ \frac{m}{s^2} = 20\ N$ nagyságú gravitációs erőt az alátámasztás által a testre kifejtett erő, az ún. tartóerő egyenlíti ki, azaz $F_t' = 20\ N.$ A súrlódási erő és a tartóerő egymással egyenesen arányosak, $\frac{F_s'}{F_t'} = \frac{2\ N}{20\ N} = 0,1$. Mivel az F erő a vízszintessel 30°-os szöget zár be, a függőleges irányú erőkre fennáll, hogy $m\cdot g = F_t + F_\perp = F_t + \frac{F}{2}$.

Tehát $F_t = m \cdot g - \frac{F}{2} = 2\ kg \cdot 10\ \frac{m}{s^2} - \frac{5\ N}{2} = 17,5\ N$. A fellépő súrlódási erő nagysága:

$F_s = \frac{F_s'}{F_t'} \cdot F_t = 0,1 \cdot 17,5\ N = 1,75\ N$. A vízszintes irányú húzóerő



nagysága a Pithagorász-tételt alkalmazva:

$$F_h = \sqrt{F^2 - \left(\frac{F}{2}\right)^2} = \sqrt{(5\ N)^2 - \left(\frac{5\ N}{2}\right)^2} = 4,33\ N.$$

A test gyorsulásának értéke:

$$a = \frac{F_h - F_s}{m} = \frac{4,33\ N - 1,75\ N}{2\ kg} = 1,29\ \frac{m}{s^2}.$$ *10 pont*

b) A súrlódási erő a test húzása közben nem változik, az elmozdulás és a súrlódási erő iránya párhuzamos. Így a súrlódási erő által végzett munka nagysága:

$W_{súrlódási} = F_s \cdot s = 1,75\ N \cdot 1,4\ m = 2,45\ J$. *3 pont*

c) A testre ható gravitációs erő merőleges az elmozdulásra, így ez az erő nem végez munkát, tehát $W_{gravitációs} = 0$ *2 pont*

6.

Adatok: $m_{víz} = 1\ kg,\ m_{jég} = 400\ g = 0,4\ kg,\ t_{jég} = -10\ ^oC, c_{jég} = 2100\ \frac{J}{kg \cdot {}^oC}$

$L_o = 335\ \frac{kJ}{kg},\ c_{víz} = 4200\ \frac{J}{kg \cdot {}^oC}$

t_{min}=?

Ahhoz, hogy az edényben csak víz legyen, az szükséges, hogy az egyensúly beállta után a közös hőmérséklet 0 °C, vagy annál nagyobb legyen. *2 pont*

A jégnek olvadáspontig kell melegednie, és teljes egészében el kell olvadnia. Ehhez a jégnek

$$Q_{fel} = c_{jég} \cdot m_{jég} \cdot \Delta t + m_{jég} \cdot L_o = 2100\ \frac{J}{kg \cdot °C} \cdot 0,4\ kg \cdot (10°C - 0\ °C) + 0,4\ kg \cdot 335000\ \frac{J}{kg} =$$

$$= 8400\ J + 134000\ J = 142400\ J$$

5 pont

hőt kell felvennie. A kezdetben t hőmérsékletű víznek 0 °C-ra kell lehűlnie. A víznek tehát Q_{le} hőt kell leadnia, amelyre fennáll, hogy $Q_{fel} \le Q_{le} = c_{víz} \cdot m_{víz} \cdot (t - 0°C)$. *5 pont*

Az adatokat behelyettesítve, kapjuk, hogy $142400\ J \le 4200\ \frac{J}{kg \cdot °C} \cdot 1\ kg \cdot t$. Ebből az egyenlőtlenségből $t \ge \frac{142400\ J}{4200\ \frac{J}{kg \cdot °C}} = 33,91\ °C$. Így a víz kezdeti hőmérsékletének legalább

t_{min}=33,91 °C-os nak kell lennie. *3 pont*

7.
h = 12 m
m = 15 kg
$\mu_{\text{lánc}}$ = 1 kg/m
v_0 = 0,5 m/s
g = 10 m/s^2

a) W = ?
b) P = ?
c) x = ?

a) A felhúzásnál kifejtett erő, ha már x magasra emeltük a vödröt:
$F(x) = mg + \mu_{\text{lánc}}(h-x)g$, ahol x nullától h-ig változik.
$F(0)$ = 15·10 N+ 1·12·10 N = 270 N,
$F(h)$ = 15·10 N + 0 N = 150 N
A lineárisan változó munkája:
$W = \dfrac{F(0)+F(h)}{2}h = F_{\text{átl}}\cdot h = \dfrac{270\,\text{N}+150\,\text{N}}{2}\cdot 12\text{ m} = \underline{\underline{2520\text{ J}}}$. *5 pont*

b) $P = \dfrac{W}{t}$, ahol $t = \dfrac{h}{v_0} = \dfrac{12\,\text{m}}{0{,}5\,\text{s}}$ = 24 s a vödör felhúzáshoz szükséges idő.
$P = \dfrac{2520\,\text{J}}{24\,\text{s}} = \underline{\underline{105\text{ W}}}$. *5 pont*

A teljesítményt így is meghatározhatjuk: $P = F_{\text{átl}}\cdot v_0 = 210\text{ N}\cdot 0{,}5\dfrac{\text{m}}{\text{s}} = 105\text{ W}$.

c) A feleannyi munka $W' = \dfrac{2520\,\text{J}}{2}$ = 1260 J.
Ha x mélységből húzzuk a vödröt, akkor
$W' = \dfrac{F(0)+F(x)}{2}\cdot x = \dfrac{mg + \mu_{lánc}xg + mg}{2}\cdot x = \dfrac{2mg + \mu_{lánc}xg}{2}\cdot x$
$1260 = (150 + 0{,}5\cdot 1\ 10x)x$
$5x^2 + 150x - 1260 = 0$
$x = \dfrac{-150 \pm \sqrt{150^2 + 20\cdot 1260}}{10}$ m = – 15 ± 21,84 m. Innen x= $\underline{\underline{6{,}84\text{ m}}}$. *5 pont*

8.
v_0 = 10 m/s
g = 10 m/s^2

a) h = ?
b) x = ?

a) A test a h magasságú felület végén v sebességgel rendelkezik:
$\dfrac{1}{2}mv_0^2 = mgh + \dfrac{1}{2}mv^2$,
$v^2 = v_0^2 - 2gh.$ *2 pont*
A felületet elhagyva ezzel a test vízszintes hajításban folytatja útját.

$h = \dfrac{g}{2}t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$
$x = v\cdot t = v\cdot\sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \sqrt{(v_0^2 - 2gh)\cdot\dfrac{2h}{g}}$. *4 pont*
Az x maximuma helyett elég megkeresni az x^2 függvény maximumát:
$x^2 = \dfrac{v_0^2 2h}{g} - 4h^2$
Alakítsuk teljes négyzetté: $x^2 = -(2h - \dfrac{v_0^2}{2g}) + \dfrac{v_0^4}{4g^2}$

A maximum helye, ahol $2h - \frac{v_0^2}{2g} = 0$, azaz $h = \frac{v_0^2}{4g} = \frac{100\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{4 \cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \underline{\underline{2{,}5 \text{ m}}}$. *6 pont*

A maximális h magassághoz tarozó távolság $x = \frac{v_0^2}{2g} = \underline{\underline{5 \text{ m}}}$. *3 pont*

9.
Adatok: $U = 6\ V$, $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 300\ \Omega$, $R_3 = 400\ \Omega$, $R_4 = 200\ \Omega$
$t = 25 \min = 1500\ s$, $W = 90\ J$.

---

a) R_e=? b) U_3=? c) $R_1' = ?$

a) Az R_3 és az R_4 ellenállások sorosan vannak kapcsolva. Eredő ellenállásuk értéke:
$R_{3,4} = R_3 + R_4 = 400\ \Omega + 200\ \Omega = 600\ \Omega$. *2 pont*
Az $R_{3,4}$ ellenállás, az R_1 ellenállás és az R_2 ellenállás párhuzamosan van kapcsolva. Az eredő ellenállás nagyságára nézve fennáll, hogy
$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_{3,4}} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{600\ \Omega} + \frac{1}{100\ \Omega} + \frac{1}{300\ \Omega} = \frac{1+6+2}{600\ \Omega} = \frac{9}{600\ \Omega}$. Így az eredő ellenállás nagysága: $R_e = \frac{600\ \Omega}{9} = \frac{200\ \Omega}{3} = 66{,}67\ \Omega$. *3 pont*

b) Az $R_{3,4}$ ellenálláson U=6 V feszültség esik. A rajta átmenő áram erőssége:
$I_{3,4} = \frac{U}{R_{3,4}} = \frac{6\ V}{600\ \Omega} = 0{,}01\ A$. Az R_3 ellenálláson eső feszültség nagysága:
$U_3 = I_{3,4} \cdot R_3 = 0{,}01\ A \cdot 400\ \Omega = 4\ V$. *5 pont*

c) Az R_1 ellenállás helyett bekötött R'_1 ellenálláson U=6 V nagyságú feszültség esik.
Az áram által végzett munka ezen az ellenálláson: $W = \frac{U^2}{R_1'} \cdot t$. Ebből a keresett ellenállás értéke: $R_1' = \frac{U^2}{W} \cdot t = \frac{(6\ V)^2}{90\ J} \cdot 25 \min = \frac{36\ V^2}{90\ J} \cdot 25 \cdot 60\ s = 600\ \Omega$. *5 pont*

10.
h = 10 m
A = 2 dm^2 = 0,02 m^2
Δt = 40 °C
α= $1{,}17 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{°\text{C}}$
ρ = 7800 kg/m^3
$c = 465\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot °\text{C}}$
p = 10^5 Pa

---

a) ΔE_h = ?
b) Q = ?
c) W = ?

a) Az oszlop hosszának változása:
$\Delta h = h\, \alpha\, \Delta t$ = 10 m$\cdot 1{,}17 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{°\text{C}} \cdot 40$ °C = $4{,}68 \cdot 10^{-3}$ m. *3 pont*
Az oszlop tömege:
$m = h\, A\, \rho$ = 10 m$\cdot$0,02 m$^2 \cdot 7800\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ = $1{,}56 \cdot 10^3$ kg. *2 pont*
A magassági energia változása:
$\Delta E_h = m\, g\, \frac{\Delta h}{2}$ = $1{,}56 \cdot 10^3$ kg$\cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2{,}34 \cdot 10^{-3}$ m = $\underline{\underline{36{,}5 \text{ J}}}$. *2 pont*
b) A felvett hőmennyiség:
$Q = mc\Delta t$ = $1{,}56 \cdot 10^3$ kg$\cdot 465\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot °\text{C}} \cdot 40$ °C = $\underline{\underline{29 \text{ MJ}}}$. *4 pont*
c) $W = p\, \Delta V = p\, \Delta h\, A$ = 10^5 Pa$\cdot 4{,}68 \cdot 10^{-3}$ m$\cdot$0,02 m^2 = $\underline{\underline{9{,}36 \text{ J}}}$. *4 pont*

11.
$l = 0{,}6$ m
$m = 30\cdot10^{-3}$ kg
$m_1 = 21{,}6\cdot10^{-3}$ kg
$q_1 = 10^{-5}$ C
$x = 0{,}1$ m
$g = 10$ m/s^2

---

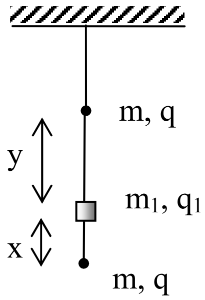
a) $q = ?$
b) $K = ?$

a) $y = l - x = 0{,}5$ m
Egyensúly esetén a gyűrűre ható erők eredője nulla.
A gyűrűre ható erők:
- a gyűrű súlya: $G = mg = 0{,}216$ N,
- a felső testtől származó Coulomb erő:

$$F_f = k\frac{q\,q_1}{y^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{10^{-5}}{0{,}25}q\text{ N} = 36\cdot10^4 q\text{ N},$$

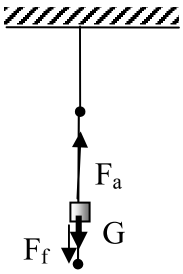
- az alsó testtől származó Coulomb erő:

$$F_a = k\frac{q\,q_1}{x^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{10^{-5}}{0{,}01}q\text{ N} = 900\cdot10^4 q\text{ N}.$$



3 pont

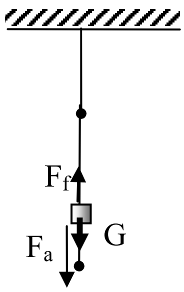
Négy esetet kell elemezni, aszerint, hogy a rögzített töltések milyen előjelűek:
a1) A rögzített töltések pozitívak:



$G + F_f = F_a$
$0{,}216\text{ N} + 36\cdot10^4 q\text{ N} = 900\cdot10^4 q\text{ N}$

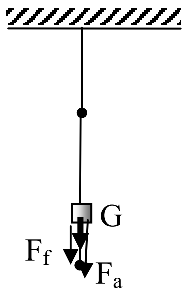
$$q = \frac{0{,}216}{900-36}\cdot10^{-4}\text{ C} = \underline{\underline{2{,}5\cdot10^{-8}\text{ C}}}.$$

2 pont



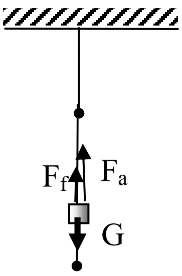
a2) A rögzített töltések negatívak:
$G + F_a = F_f$
Mivel F_a sokkal nagyobb, mint F_f, nincs megoldás.

1 pont



a3) A felső pozitív, az alsó negatív töltés:
Minden erő azonos irányú, így nem lehet egyensúly.

1 pont



a4) Felső töltés negatív, az alsó töltés pozitív:
$G = F_a + F_f$
$0{,}216\text{ N} = 36\cdot10^4 q\text{ N} + 900\cdot10^4 q\text{ N}$

$$q = \frac{0{,}216}{900+36}\cdot10^{-4}\text{ C} = \underline{\underline{2{,}3\cdot10^{-8}\text{ C}}}.$$

2 pont

b) A mennyezetre ható erő a felső testre ható fonalerő ellenereje.
A felső testre ható erők: a kérdezett kötélerő, a felsőtest súlya, a másik kötélerő közvetítésével az alsó test súlya, és Coulomb erők: a felső és alsó test között, és a felső test és a gyűrű közt.

3 pont

A Coulomb erők nagysága:

$$F_{af} = k\frac{q^2}{l^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{2{,}5^2\cdot10^{-16}}{0{,}6^2}\text{ N} = 1{,}56\cdot10^{-6}\text{ N}$$

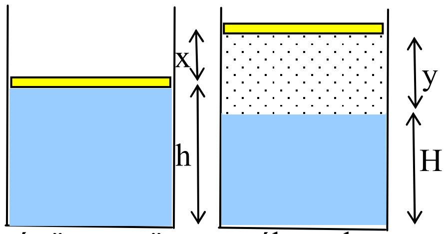
$$F_f = \frac{q q_1}{y^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-5}}{0{,}25} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{N} = 90 \cdot 10^{-4}\ \text{N}.$$

Nagyságrendben hasonló az eredmény, ha a töltés $2{,}3 \cdot 10^{-8}$ C.
A test súlya $m_1 g = 0{,}03 \cdot 10$ N = 0,3 N.
A súlyerők több nagyságrenddel nagyobbak a Coulomb-erőknél, így a fonalerő
$K = 2m_1 g$ = 0,6 N. *3 pont*

12.
$A = 2\ \text{dm}^2 = 0{,}02\ \text{m}^2$
$V = 2\ \text{dm}^3 = 0{,}002\ \text{m}^3$
$P = 10^5$ Pa
$\rho_g = 0{,}6\ \text{kg/m}^3$
h = 30 cm = 0,3 m
$\rho_v = 958\ \text{kg/m}^3$
$L_f = 2{,}25$ MJ/kg

a) m_g = ?
b) Q = ?

a)



A víz összes tömege változatlan marad:
$h\rho_v A = H\rho_v A + y\rho_g A \quad \Rightarrow \quad h\rho_v = H\rho_v + y\rho_g$ *2 pont*

$$h = \frac{V}{A} = 1\ \text{dm} = 0{,}1\ \text{m}.$$

A dugattyú helyzetére fennáll:
$h + x = H + y \quad \Rightarrow \quad H = h + x - y$ *2 pont*
Behelyettesítve az első egyenletbe:
$h\rho_v = (h + x - y)\,\rho_v + y\rho_g = (h+x)\,\rho_v - y\,(\rho_v - \rho_g)$

$$y = \frac{x\rho_v}{\rho_v - \rho_g} = 0{,}3\ \text{m} \cdot \frac{958}{958 - 0{,}6} = 0{,}3\ \text{m} \cdot 1{,}006 \approx 0{,}3\ \text{m}.$$ *2 pont*

A gőz tömege $m_g = y\rho_g A = 0{,}3\ \text{m} \cdot 0{,}6\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0{,}02\ \text{m}^2 = 3{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}$ = 3,6 g. *4 pont*

b) A víz elforralásához szükséges hő $Q = m_g L_f = 3{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \cdot 2{,}25 \cdot 10^6\ \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ = 8,105 kJ.
5 pont

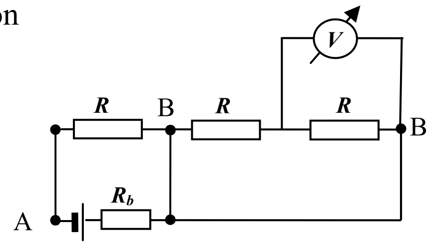
13.
U_0 = 9 V
R_b = 1 Ω
R = 50 Ω

U_V = ? I_A = ?

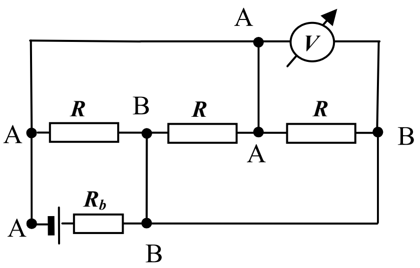
a) Nyitott kapcsolóállásnál látható, hogy csak az A és B pontok között lévő ellenálláson folyik át áram:

$$I_A = \frac{U_0}{R_b + R} = \frac{9\ \text{V}}{51\ \Omega} = 0{,}176\ \text{A}$$ *3 pont*

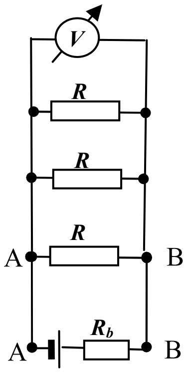
U_V = 0 V *3 pont*



b) A kapcsoló zárt állásánál ismét A-val és B-vel jelölve az egyenlő potenciálú pontokat, a kapcsolás átrajzolható:



$\Rightarrow$



3pont

$$R_e = R_b + \frac{R}{3} = 17{,}67\ \Omega$$

$$I_A = \frac{U_0}{R_e} = \frac{9\,\text{V}}{17{,}67\,\Omega} = \underline{\underline{0{,}51\ \text{A}}},$$ 3pont

$$U_V = I_A \cdot \frac{R}{3} = 0{,}51\ \text{A} \cdot 16{,}67\ \Omega = \underline{\underline{8{,}49\ \text{V}}}.$$ 3 pont

14.

Adatok: $\underline{I = 15\ A,\ R = 2{,}5\ cm = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ m.}$

a) $B = ?$, B vektor iránya? b) B vektor iránya ellentétes áramirány esetén?

a) A ***körvezetőtől*** származó mező $B_\bigcirc$ indukcióvektora az O pontban merőleges a körvezető síkjára, és a rajz síkjából **kifelé** mutat. Nagysága:

$$B_\bigcirc = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot R} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\ \frac{V \cdot s}{A \cdot m} \cdot \frac{15\ A}{2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ m} = 3{,}77 \cdot 10^{-4}\ \frac{V \cdot s}{m^2}.$$ 4 pont

Az ***egyenes vezetőtől*** származó mező B_I indukcióvektorának ugyancsak merőleges a körpálya síkjára az O pontban, és a rajz síkjára **befelé** mutat. Nagysága:

$$B_I = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{I}{R} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\ \frac{V \cdot s}{A \cdot m}}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{15\ A}{2{,}5 \cdot 10^{-2}\ m} = 1{,}2 \cdot 10^{-4}\ \frac{V \cdot s}{m^2}.$$ 4 pont

Így az O pontbeli indukcióvektor merőleges a körvezető síkjára, és a rajz síkjából **kifelé** mutat, nagysága: $B = B_\bigcirc - B_I = 3{,}77 \cdot 10^{-4}\ \frac{V \cdot s}{m^2} - 1{,}2 \cdot 10^{-4}\ \frac{V \cdot s}{m^2} = 2{,}57 \cdot 10^{-4}\ \frac{V \cdot s}{m^2}.$ 4 pont

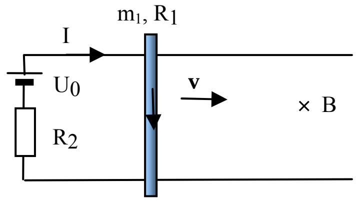
b) Ellentétes áramirány esetén az indukcióvektor nagysága változatlan marad, iránya ellentétesre változik, a kör síkjára merőlegesen **befelé** mutat. 3 pont

15.

L = 0,1 m
B = 0,1 T
m = 2,35 g
R_1 = 4 Ω
R_2 = 6 Ω
U_0 = 2,4 V
μ = 0,1
g = 10 m/s²

---

a) a = ?
b) v_{max} = ?
c) $P(v)$ = ?



a) A rögzített rúdban átfolyó áram erőssége:

$$I_0 = \frac{U_0}{R_1+R_2} = \frac{2{,}4\,\mathrm{V}}{10\,\Omega} = 0{,}24\ \mathrm{A}.$$ *1 pont*

Mivel a rúd mágneses mezőben van,
a Lorentz- erő hat rá.

$F_{L0} = B\,L\,I_0 = 0{,}1\ \mathrm{T}\cdot 0{,}1\ \mathrm{m}\cdot 0{,}24\ \mathrm{A} = 2{,}4\cdot 10^{-3}\ \mathrm{N}$.

Elindul a rúd, ha a Lorentz erő nagyobb mint a tapadási súrlódás. Így a mozgásegyenlete az indulás pillanatában:

$$ma = F_{L0} - F_s\,, \qquad F_s = \mu mg = 0{,}1\cdot 2{,}35\cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg}\cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 2{,}35\cdot 10^{-3}\ \mathrm{N}.$$

$$a = \frac{F_{L0}-F_s}{m} = \frac{2{,}4\cdot 10^{-3}\,\mathrm{N} - 2{,}35\cdot 10^{-3}\,\mathrm{N}}{2{,}35\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{0{,}02\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}}.$$ *4 pont*

b) Ha a rúd már mozog, akkor feszültség indukálódik benne, ami a rúd mozgását akadályozná, azaz a rúdban folyó áram csökken.

$$I = \frac{U_0 - BLv}{R_1+R_2}, \qquad F_L = BIL$$

A mozgásegyenlet:

$$ma = F_L - F_s = BL\frac{U_0 - BLv}{R_1+R_2} - F_s = BLI_0 - F_s - \frac{B^2L^2v}{R_1+R_2} =$$

A gyorsulás végül nullára csökken, és a rúd állandó sebességgel fog mozogni:

$$V_{max} = \frac{F_{L0}-F_s}{B^2L^2}(R_1+R_2) = \frac{5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{N}\cdot 10\,\Omega}{10^{-2}\,\mathrm{T}^2\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^2} = \underline{\underline{5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}.$$ *5 pont*

c) Az áramforrás teljesítménye definíció szerint

$$P = U_0 I = U_0\left(I_0 - \frac{BLv}{R_1+R_2}\right) = U_0\,I_0 - \frac{U_0BL}{R_1+R_2}\,v =$$

$$P = 2{,}4\ \mathrm{V}\cdot 0{,}24\ \mathrm{A} - \frac{2{,}4\,\mathrm{V}\cdot 0{,}1\,\mathrm{T}\cdot 0{,}1\,\mathrm{m}}{10\,\Omega}\cdot v = \underline{\underline{(0{,}576 - 2{,}4\cdot 10^{-3}v)\ \mathrm{W}}}.$$ *5 pont*