1.

$s = 36$ km,

$s_1 = \frac{1}{6} s = 6$ km

$v_1 = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

$s_2 = 18$ km

$v_2 = 3\frac{1}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 12\frac{\text{km}}{\text{h}}$

$t = 2{,}5$ h

a) $v_3 = ?$
b) $v_{\text{átl}} = ?$
c) $v(t)$ grafikon
d) $s(t)$ grafikon

a) A harmadik útszakasz hossza $s_3 = s - s_1 - s_2 = 12$ km.

Az első szakaszt $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{6\text{ km}}{15\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0{,}4$ h idő alatt, a második szakaszt $t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{18\text{ km}}{12\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 1{,}5$ h idő alatt teszi meg. A harmadik szakaszhoz szükséges idő: $t_3 = t - t_1 - t_2 = 0{,}6$ h.

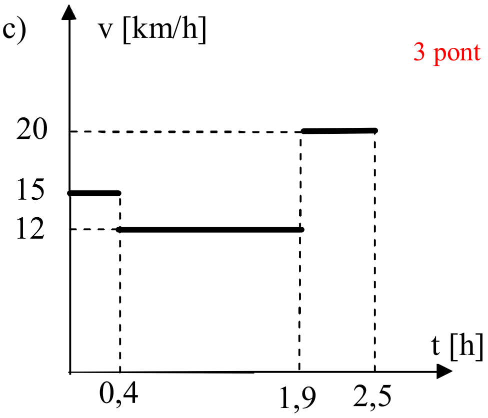
A harmadik szakaszon a sebesség: $v_3 = \frac{s_3}{t_3} = \frac{12\text{ km}}{0{,}6\text{ h}} = \underline{\underline{20\frac{\text{km}}{\text{h}}}}$. 6 pont

b) A teljes útra vonatkozó átlagsebesség m/s-ban:

$$v_{\text{átl}} = \frac{s}{t} = \frac{36\text{ km}}{2{,}5\text{ h}} = 14{,}4\frac{\text{km}}{\text{h}} = 4\frac{\text{m}}{\text{s}},$$

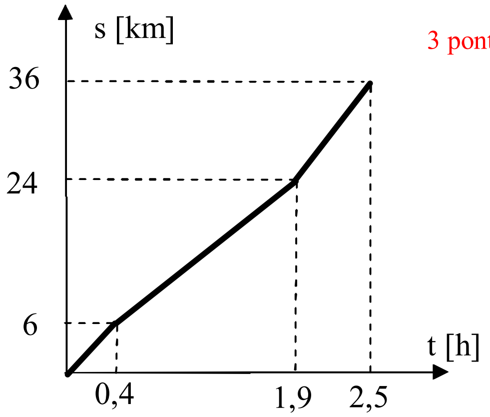
tehát másodpercenként 4 m-t tesz meg a kerékpáros. 3 pont

c)



3 pont

d)



3 pont

2.

$F = 6{,}4$ N

$\rho_{\text{víz}} = 10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$\rho = 11\cdot 10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) $m = ?$
b) $a = ?$
c) $G = ?$

b) A kockára ható erők egyensúlyát felírva:

$F = G - F_f = V\rho g - V\rho_{víz} g = V(\rho - \rho_{víz})\, g.$

Ebből a kocka térfogata:

$$V = \frac{F}{(\rho - \rho_{víz})g} = \frac{6{,}4\text{ N}}{(11-1)\cdot 10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 6{,}4\cdot 10^{-5}\text{ m}^3.$$

A kocka élének hosszúsága $a = \sqrt[3]{V} = 4\cdot 10^{-2}$ m $= \underline{\underline{4\text{ cm}}}$. 5 pont

c) A kocka súlya a kérdés:

$G = V\rho g = 6{,}4\cdot 10^{-5}\text{ m}^3\cdot 11\cdot 10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{7{,}04\text{ N}}}$. 5 pont

a) A mérleg bal oldalán plusz erőként megjelenik a $F_f = V\rho_{víz} g$ felhajtóerő ellenereje (lefelé hat), így a jobboldali mérlegserpenyőbe kell tenni

$m = V\rho_{víz} = 6{,}4\cdot 10^{-5}\text{ m}^3\cdot 10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \underline{\underline{6{,}4\cdot 10^{-2}\text{ kg}}}$ tömegű testet. 5 pont

3.

$\rho = 3\ \frac{g}{cm^3}$
$h_1 = 1$ m
$h_2 = 1{,}6$ m
$\eta = 75$ %
$g = 10\ \frac{m}{s^2}$
$\rho_{víz} = 1\ \frac{g}{cm^3}$

$v_3 = ?$, $t_3 = ?$

A test sebessége közvetlenül a becsapódás előtt az energiatételből:

$$v_1^2 = 2gh_1 = 2\cdot 10\ \frac{m}{s^2}\cdot 1\ m = 20\ \frac{m^2}{s^2}.$$

Közvetlenül a becsapódás után:

$$v_2^2 = 0{,}75\, v_1^2 = 15\ \frac{m^2}{s^2}, \qquad v_2 = 3{,}87\ \frac{m}{s}.$$ 4 pont

A vízben mozgó testre az $F_f = V\rho_{víz}g$ felhajtóerő is hat, ezért a munkatételt írjuk fel.

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2}mv_3^2 + F_f h_2 = \frac{1}{2}mv_3^2 + m\frac{\rho_{víz}}{\rho}\ h_2.$$

$$v_3^2 = v_2^2 + 2gh_2\left(1 - \frac{\rho_{víz}}{\rho}\right) = 15\ \frac{m^2}{s^2} + 2\cdot 10\ \frac{m}{s^2}\cdot 1{,}6\ m\cdot\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 36{,}33\ \frac{m^2}{s^2}.$$

A sebesség a medence alján $v_3 = \underline{\underline{6{,}02\ \frac{m}{s}}}$. 8 pont

A mozgás ideje a vízben: $t_3 = \frac{2h_2}{v_2 + v_3} = \frac{2\cdot 1{,}6\,m}{3{,}87\frac{m}{s} + 6{,}02\frac{m}{s}} = \underline{\underline{0{,}32\ s}}$. 3 pont

4.

$a_1 = 4\ \frac{m}{s^2}$
$a_2 = 8\ \frac{m}{s^2}$
$s = 1200$ m
$t_t = t + 10$ s

a) $t = ?$
b) $v_t = ?$

a) A legrövidebb idejű mozgás úgy valósulhat meg, hogy először t_1 ideig gyorsít, utána t_2 ideig fékez. A maximális sebességre fennáll

$$v = a_1 t_1 = a_2 t_2, \text{ azaz } t_1 = \frac{a_2}{a_1}\ t_2 = 2t_2.$$

A megtett út

$$s = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 + \frac{1}{2}a_2 t_2^2 = \frac{1}{2}\cdot a_1 4 t_2^2 + \frac{1}{2}\cdot 2\ a_1 t_2^2 = 3\ a_1 t_2^2.$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{s}{3a_1}} = \sqrt{\frac{1200\,m}{3\cdot 4\frac{m}{s^2}}} = 10\ s,$$ $t_1 = 20$ s. A legrövidebb idő tehát $\underline{\underline{30\ s}}$. 6 pont

b) A teszt ideje a feladat szerint $t_t = 30\ s + 10\ s = 40$ s.
Azért tart hosszabb ideig a mozgása, mert a mozgásban van állandó sebességű szakasz is.
Legyen τ_1 a gyorsítás, τ_2 a lassítás, τ_3 az állandó sebességű mozgás ideje, így
$t_t = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$.
Fennállnak a következő összefüggések:

$$v = a_1\ \tau_1 = a_2\tau_2, \text{ azaz } \tau_1 = \frac{a_2}{a_1}\ \tau_2 = 2\tau_2, \qquad \tau_3 = t_t - 3\tau_2$$

$s = \frac{1}{2} a_1 \tau_1^2 + \frac{1}{2} a_2 \tau_2^2 + v\tau_3 = 3 a_1 \tau_2^2 + 2\, a_1 \tau_2 \,(t_t - 3\tau_2).$

Behelyettesítve az adatokat (út méterben, idő s-ban):

$1200 = 12\,\tau_2^2 + 8\,\tau_2\,(40 - 3\,\tau_2) \Rightarrow 3\,\tau_2^2 - 80\,\tau_2 + 300 = 0.$

Az egyenlet gyökei 22,15 s és 4,51 s. Az első túl nagy ($\tau_3 < 0$ lenne), így a megfelelő érték $\tau_2 = 4{,}51$ s.

A maximális sebesség a teszt alatt: $v = a_1 \cdot 2\tau_2 = 4\frac{\text{m}}{\text{s}^2} 2\cdot 4{,}51\ \text{s} = 36{,}08\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \underline{\underline{130\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}}$. 9 pont

5.

$p = 10^5$ Pa
$T_1 = (27 + 273)$ K = 300 K
He: $f = 3$
$m_2 = 9\cdot 10^{-3}$ kg
$T_2 = (377 + 273)$ K = 650 K Al
$\Delta V = \frac{1}{3} V_1$
$c_2 = 900\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$

a) $T = ?$
b) $V_1 = ?$

a) A gáz állapotegyenletét felírva (p = állandó)

$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V + \Delta V}{T} = \frac{4}{3}\frac{V_1}{T}$,

$T = \frac{4}{3} T_1 = \underline{400\ \text{K}}$ a közös hőmérséklet. 5 pont

b) Az alumínium által leadott hőt a He gáz veszi föl (nő a belső energiája és tágul).: $Q_{Al} = Q_{He}$

$Q_{Al} = m_2 c_2 (T_2 - T) = 9\cdot 10^{-3}\ \text{kg}\cdot 900\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 250\ \text{K} = \underline{2025\ \text{J}}$.

3 pont

Az állandó nyomáson felvett hő

$Q_{He} = \frac{f+2}{2} nR(T - T_1) = \frac{f+2}{2} p\,\Delta V = \frac{f+2}{2} p\,\frac{1}{3} V_1$. Így a térfogat:

$V_1 = \frac{6}{5}\frac{Q_{Al}}{p} = \frac{6\cdot 2025\,\text{J}}{5\cdot 10^5\ \text{Pa}} = \underline{24{,}30\cdot 10^{-3}\ \text{m}^3}$. 7 pont

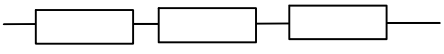
6.

$R_1 = 100\ \Omega$
$R_2 = 200\ \Omega$
$R_3 = 300\ \Omega$
$U = 120$ V
$P_3 = 48$ W

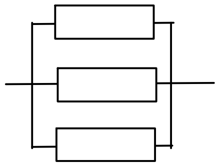
a) n = ?, R_e = ?
b) Melyik a jó kapcsolás?

a) Az ellenállásokat kapcsolhatjuk mind sorba (1 eset), mind párhuzamosan (1 eset), kettő soroshoz a harmadikat párhuzamosan (3 eset), kettőt párhuzamosan kapcsolthoz a harmadikat sorosan (3 eset), ez összesen 8 féle kapcsolás.

A) Mindhárom sorosan:



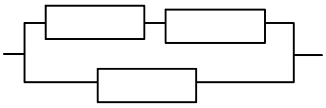
$R_{e1} = 100\ \Omega + 200\ \Omega + 300\ \Omega = 600\ \Omega$.



B) Mindhárom párhuzamosan:

$\frac{1}{R_{e2}} = \frac{1}{100\Omega} + \frac{1}{200\Omega} + \frac{1}{300\Omega} = \frac{11}{600\Omega} \Rightarrow R_{e2} = 54{,}54\ \Omega$.

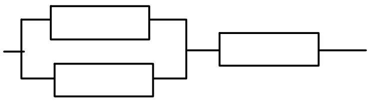
C) Kettő sorosan, a harmadik ezekkel párhuzamosan:



C.1) $R_2 + R_3 = 500\ \Omega$, $R_{e3} = \dfrac{500\Omega \cdot R_1}{500\Omega + R_1} = \dfrac{500\Omega \cdot 100\Omega}{500\Omega + 100\Omega} = 83{,}3\ \Omega$.

C.2) $R_1 + R_3 = 400\ \Omega$, $R_{e4} = \dfrac{400\Omega \cdot R_2}{400\Omega + R_2} = \dfrac{400\Omega \cdot 200\Omega}{400\Omega + 200\Omega} = 133{,}3\ \Omega$.

C.3) $R_1 + R_2 = 300\ \Omega$, $R_{e5} = \dfrac{300\Omega \cdot R_3}{300\Omega + R_3} = \dfrac{300\Omega \cdot 300\Omega}{300\Omega + 300\Omega} = 150\ \Omega$.



D) Kettő párhuzamosan, a harmadik ezekkel sorosan:

D.1) $R_{e6} = \dfrac{200\Omega \cdot 300\Omega}{200\Omega + 300\Omega} + 100\ \Omega = 220\ \Omega$.

D.2) $R_{e7} = \dfrac{100\Omega \cdot 300\Omega}{100\Omega + 300\Omega} + 200\ \Omega = 275\ \Omega$.

D.3) $R_{e8} = \dfrac{100\Omega \cdot 200\Omega}{100\Omega + 200\Omega} + 300\ \Omega = 366{,}67\ \Omega$.

a) Minden lehetőség 1 pont, összesen 8 pont

b) Mivel $P_3 = \dfrac{U_3^2}{R_3}$, az R_3 ellenálláson eső feszültség:

$U_3 = \sqrt{P_3 \cdot R_3} = \sqrt{48\,\mathrm{W} \cdot 300\Omega} = 120\ \mathrm{V}$, 2 pont

megegyezik a telep feszültségével. Így két kapcsolás jöhet szóba:

B) (<u>mind párhuzamos</u>), és 2 pont

C.3) (<u>az R_3 a párhuzamosan kapcsolt</u>). 3 pont

7.

$m_1 = 3$ kg
$l = 1$ m
$x = 0{,}3$ m
$m_2 = 27$ kg
$\rho_2 = 2{,}7\ \dfrac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
$\rho_v = 1\ \dfrac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
$g = 10\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

a) $K = ?$
b) $F = ?$
c) $F_A = ?$

a) A kötélerő a kocka súlyának és a felhajtóerőnek a különbsége:

$K = m_2 g - V_2 \rho_v g = m_2 g\left(1 - \dfrac{\rho_v}{\rho_2}\right) = 27\ \mathrm{kg} \cdot 10\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 - \dfrac{1}{2{,}7}\right) = \underline{\underline{170\ \mathrm{N}}}$. 5 pont

b) Írjuk fel a forgatónyomatékok egyensúlyát az alátámasztási pontra:

$m_1 g \dfrac{l}{2} + K x = F l.$

$F = m_1 g \dfrac{1}{2} + K \dfrac{x}{l} = 3\ \mathrm{kg} \cdot 10\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}5 + 170\ \mathrm{N} \cdot 0{,}3 = \underline{\underline{66\ \mathrm{N}}}$. 5 pont

c) A rúdra ható erők eredője nulla:

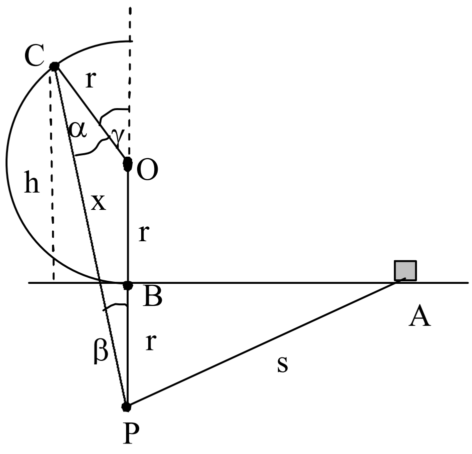
$F_A + F = K + m_1 g.$

$F_A = K + m_1 g - F = 170\ \mathrm{N} + 30\ \mathrm{N} - 66\ \mathrm{N} = \underline{\underline{134\ \mathrm{N}}}$. 3 pont

Ennek ellenereje hat az alátámasztási pontra, tehát az alátámasztási pontra ható erő <u>lefelé</u> mutat. 2 pont

8.

$m = 10$ g
$r = 10$ cm $= 0{,}1$ m
$l_0 = 10$ cm
$s = 35$ cm
$\alpha = 30°$



a) Az OPC háromszögből szinusztétellel megkapjuk a β szöget:

$\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{2r}{r} = 2$

$\sin\beta = \dfrac{1}{2}\sin\alpha = \dfrac{1}{4}$

$\beta = 14{,}47°$

$\gamma = \alpha + \beta = 44{,}47°$

$h = r(1 + \cos\gamma) = \underline{\underline{17{,}14\ \mathrm{cm}}}$.

2 pont

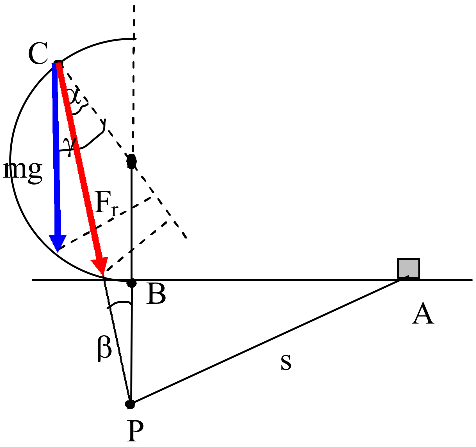
a) h = ?
b) F_r = ?

b) Az x távolságot is az OPC háromszögből számolhatjuk ki:

$$\frac{x}{2r}=\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha},\qquad x=2r\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha}=2\cdot 10\text{ cm}\cdot 2\cdot\sin 44{,}47° = 28\text{ cm}.$$

A rugó megnyúlása a C helyzetben $\Delta x = x - l_0$ = 18 cm.
A rugó megnyúlása az A pontban (kezdetben) $\Delta s = s - l_0$ = 25 cm. 2 pont
A B pontban viszont a rugó megnyúlása éppen nulla.

A B ponthoz tartozó rugóerő $F_r = D\Delta x$, de egyelőre nem ismerjük a D rugóállandót.
Írjunk föl energiatételt az A és C pontok között, valamint használjuk ki a körmozgás dinamikai feltételét a C pontban, figyelembe véve, hogy ott a kényszererő éppen nulla lesz.



$$\frac{1}{2}D(\Delta s)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}D(\Delta x)^2, \qquad (1)$$ 3 pont

$$m\frac{v^2}{r} = mg\cos\gamma + D\Delta x\cos\alpha. \qquad (2)$$ 3 pont

A (2) egyenletből mv^2-et helyettesítsünk be (1)-be:

$$D(\Delta s)^2 = mg(r\cos\gamma + 2h) + Dr\Delta x\cos\alpha + D(\Delta x)^2,$$

$$D=\frac{mg(r\cos\gamma+2h)}{(\Delta s)^2-(\Delta x)^2-r\Delta x\cos\alpha}.$$

$$D=\frac{10^{-2}\text{ kg}\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot(0{,}1\text{ m}\cdot\cos 44{,}47°+2\cdot 0{,}1714\text{ m})}{(0{,}25\text{ m})^2-(0{,}18\text{ m})^2-0{,}1\text{ m}\cdot 0{,}18\text{ m}\cdot\cos 30°}=2{,}85\,\frac{\text{N}}{\text{m}}.$$ 3 pont

A rugóerő értéke $F_r = D\Delta x = 2{,}85\,\frac{\text{N}}{\text{m}}\cdot 0{,}18\text{ m} = \underline{\underline{0{,}51\text{ N}}}$. 2 pont

9.
A = 0,04 m
μ_0 = 0,1
$g = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) T = ?
b) a = ?

a) A tálcán lévő, a tálcával együtt mozgó test mozgásegyenlete $F_t = ma$, ahol
$a = A\omega^2\sin\omega t = a_{max}\sin\omega t$
F_t a tapadási súrlódási erő, amelyre fennáll, hogy
$F_t \le \mu_0 mg$
Amikor a test éppen nem csúszik meg, a gyorsulás maximális:
$F_{tmax} = ma_{max}$, amiből

$$\mu_0 g = A\omega^2,\quad\Rightarrow\quad \omega=\sqrt{\frac{\mu_0 g}{A}}=\sqrt{\frac{0{,}1\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}04\text{ m}}}=5\text{ s}^{-1},\quad T=\frac{2\pi}{\omega}=\underline{\underline{1{,}26\text{ s}}}.$$ 10 pont

b) A tálca maximális gyorsulása $a = A\omega^2 = \mu_0 g = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. 5 pont

10.
$I = 1$ mA
$R = 1\ \Omega$
$U = 1{,}5$ V
$d = 0{,}2$ mm
$r = 10^{-4}$ m
$\rho_m = 49\cdot10^{-8}\ \Omega\cdot$m

a) $R_e = ?$
b) $l = ?$ (m)

a) Az ampermérő adatai szerint azon csak
$U_a = I\cdot R = 1$ mA$\cdot 1\ \Omega = 1$ mV feszültség eshet. Mivel a feszültség maximális értéke 1,5 V, így a sorba kapcsolt előtétellenálláson kell hogy essen
$U_e = U - U_a = 1$ V $- 1$ mV $= 1499$ mV.
Ennek alapján az előtétellenállás nagysága

$$R_e = \frac{U_e}{I} = \frac{1499\,\text{mV}}{1\,\text{mA}} = \underline{\underline{1499\ \Omega}}.$$ 10 pont

b) $R_e = \rho_m \frac{l}{A}$, amiből $l = R_e \frac{A}{\rho_m} = R_e \frac{r^2\pi}{\rho_m} = 1499\ \Omega\cdot \frac{10^{-8}\,\text{m}^2\cdot 3{,}14}{49\cdot10^{-8}\,\Omega\cdot\text{m}} = \underline{\underline{96\ \text{m}}}$. 5 pont

11.
$U = 10^4$ V
$I = 2\cdot10^{-4}$ A
$A = 1$ cm^2
$d = 1$ mm $= 0{,}1$ cm
$\tau = 60$ s
$\eta = 60\%$
$\rho = 21{,}4\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
$c = 133{,}3\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$
$e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C

$\Delta T = ?$

Egy perc alatt $N = \frac{I\tau}{e} = \frac{2\cdot10^{-4}\,\text{A}\cdot 60\text{s}}{1{,}6\cdot10^{-19}\,\text{C}} = 75\cdot10^{15}$ db 5 pont

elektron csapódik az anódba.
Az N db elektron energiája a közvetlen a becsapódás előtt $E = NeU$, ennek 60%-a melegíti az anódot:
$Q = \eta\ NeU = 0{,}6\cdot75\cdot10^{15}\ 1{,}6\cdot10^{-19}\ \text{C}\cdot10^4\ \text{V} = 72$ J. 5 pont
Másrészt $Q = mc\Delta t$, ahol $m = Ad\rho = 1\ \text{cm}^2\cdot0{,}1\ \text{cm}\cdot21{,}4\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 2{,}14$ g.
Ezek alapján

$$\Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{72\ \text{J}}{2{,}14\cdot10^{-3}\ \text{kg}\cdot133{,}3\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}} = \underline{\underline{252{,}96\ \text{K}}}.$$ 5 pont

12.
$d = 0{,}3$ m
$B = 0{,}4$ T
$I = 0{,}22$ A
$U = 1{,}2$ V
$t = 15$ s

a) $s = ?$
b) $W = ?$

a) A vezető mozgatásakor a rúdban indukált feszültség keletkezik, ez szolgál „áramforrásként” az izzó világításához.
$U = U_i = Bdv$ alapján a mozgatás sebessége:

$$v = \frac{U}{Bd} = \frac{1{,}2\,\text{V}}{0{,}4\,\text{T}\cdot 0{,}3\ \text{m}} = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A mozgatás távolsága $s = \frac{Ut}{Bd} = v\,t = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 15\ \text{s} = \underline{\underline{150\ \text{m}}}$. 7 pont

b) Az állandó sebességű mozgáshoz erőt kell kifejtenünk, hogy ellensúlyozzuk az áramjárta vezetőben fellépő Lorentz-erőt: $F = F_L = BId = 0{,}4\ \text{T}\cdot0{,}22\ \text{A}\cdot0{,}3\ \text{m} = 0{,}0264$ N.

A munkavégzésünk $W = F{\cdot}s = 0{,}0264\ \mathrm{N}{\cdot}150\ \mathrm{m} = \underline{\underline{3{,}96\ \mathrm{J}}}$. 8 pont

A munkát paraméteresen kiszámítva

$W = F{\cdot}s = BId{\cdot}\dfrac{Ut}{Bd} = I\,U\,t$ adódik, ami az izzó világításához szükséges Joule-hő.

$W = I\,U\,t = 0{,}22\ \mathrm{A}{\cdot}1{,}2\ \mathrm{V}{\cdot}15\ \mathrm{s} = 3{,}96\ \mathrm{J}$.

13.

$N = 10$
$k > 0$
$t = 2$ m
$\Delta T = 200$ °C
$\alpha = 6{\cdot}10^{-5}\ \dfrac{1}{°\mathrm{C}}$

$\Delta k = ?$

A nagyítás definíciója alapján $N = \dfrac{k}{t}$, amiből $k = Nt = 10{\cdot}2\ \mathrm{m} = 20\ \mathrm{m}$.

A gömbtükör leképezési törvénye szerint

$\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{t} + \dfrac{1}{k} = \dfrac{11}{20}\ \dfrac{1}{\mathrm{m}}$, $\quad f = \dfrac{20}{11}\ \mathrm{m} = 1{,}8182\ \mathrm{m}$. 5 pont

Melegítéskor a gömb(héj) tágul, azaz lineárisan nő a gömbtükör sugara: $R' = R(1 + \alpha\,\Delta T)$.

A gömbtükör sugara és fókusza között fennáll, hogy $R = 2f$, amely alapján

$f' = f(1 + \alpha\,\Delta T) = \dfrac{20}{11}\ \mathrm{m}\cdot(1 + 6{\cdot}10^{-5}{\cdot}200) = 1{,}8400\ \mathrm{m}$. 5 pont

A leképezési törvényből az új képtávolság

$k' = \dfrac{t\cdot f'}{t - f'} = \dfrac{2\cdot 1{,}84}{2 - 1{,}84}\ \mathrm{m} = 23\ \mathrm{m}$, tehát az ernyőt $\Delta k = \underline{\underline{3\ \mathrm{m}}}$-rel kell odébb vinni. 5 pont

14.

$C_k = 8\ \dfrac{\mathrm{J}}{°\mathrm{C}}$
$C_e = 540$ pF
$M = 226$ g
$t = 2$ h
$U = 22\,400$ V
$\varepsilon = 4{,}79$ MeV
$T_{1/2} = 1620$ év
$e = 1{,}6{\cdot}10^{-19}$ C

a) $\Delta T = ?$
b) $m = ?$

a) A gömb töltése $q = C_e U = 540\ \mathrm{pF}{\cdot}22400\ \mathrm{V} = 12\ \mu\mathrm{C}$ nagyságú lesz, amit a becsapódó α-részek hoznak létre.

Az α-részecskék töltése $2e$, így 2 óra alatt

$\Delta N = \dfrac{q}{2e} = \dfrac{C_e U}{2e} = \dfrac{12\cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}}{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 3{,}75{\cdot}10^{13}$ db α-részecske csapódott be.

Az α-részecskék az ütközéskor

$W = \Delta N{\cdot}\varepsilon = \dfrac{q}{2e}\cdot\varepsilon = 3{,}75{\cdot}10^{13}{\cdot}4{,}79{\cdot}1{,}6{\cdot}10^{-13}\ \mathrm{J} = 28{,}74\ \mathrm{J}$ 4 pont

energiát adtak át a gömbnek, amely ezáltal fölmelegedett.

$W = C_k\,\Delta T$, amiből a hőmérséklet-változás

$\Delta T = \dfrac{W}{C_k} = \dfrac{28{,}74\ \mathrm{J}}{8\ \dfrac{\mathrm{J}}{°\mathrm{C}}} = \underline{\underline{3{,}59\ °\mathrm{C}}}$. 3 pont

b) Mivel bomláskor egy atom egy α-részt bocsát ki, az α-részek száma egyúttal megadja az elbomlott atomok számát.

Ha kezdetben N_0 számú rádium atom volt, akkor $t = 2$ óra múlva a bomlási törvény szerint

$N(\mathrm{t}) = N_0\, 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$ az atomok száma. Tudjuk, hogy $\Delta N = N_0 - N(\mathrm{t}) = N_0\cdot(1 - 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}})$.

Ebből N_0 megadható: $N_0 = \dfrac{\Delta N}{1 - 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}} = \dfrac{3{,}75\cdot 10^{13}}{1 - 2^{-\frac{2}{1620\cdot 365\cdot 24}}} = \dfrac{3{,}75\cdot 10^{13}}{9{,}7686\cdot 10^{-8}} = 3{,}84\cdot 10^{20}$. 6 pont

Vagy fölhasználva, hogy $t << T_{1/2}$, közelítő formula is írható (az exponenciális függvényt sorba fejtve): $\Delta N = \ln 2 \cdot N_0 \cdot \frac{t}{T_{1/2}}$. Ez utóbbi alapján

$N_0 = \frac{\Delta N \cdot T_{1/2}}{\ln 2 \cdot t} = \frac{3{,}75 \cdot 10^{13} \cdot 1620 \cdot 365 \cdot 24\,\mathrm{h}}{\ln 2 \cdot 2\ \mathrm{h}} = 3{,}83 \cdot 10^{20}$ db rádium atom volt kezdetben.

Ennek tömege $m = M\frac{N_0}{A} = 226\ \mathrm{g} \cdot \frac{3{,}83 \cdot 10^{20}}{6 \cdot 10^{23}} = \underline{\underline{0{,}144\ \mathrm{g}}}$. 2 pont