1. $V = 1\cdot 2\cdot 2\ \mathrm{cm}^3 = 4\ \mathrm{cm}^3$
$\rho = 7500\ \mathrm{kg/m^3} = 7{,}5\ \mathrm{g/cm^3}$
$\rho_1 = 2{,}7\ \mathrm{g/cm^3}$
$V_1 = 5\cdot 2{,}5\cdot 40\ \mathrm{cm}^3 = 500\ \mathrm{cm}^3$

$N = ?$

Az alumíniumhasáb tömege:

$$m_1 = \rho_1\cdot V_1 = 2{,}7\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}\cdot 500\ \mathrm{cm}^3 = 1350\ \mathrm{g}.$$ 6 pont

$m_1 = N\cdot\rho\cdot V$

$$N = \frac{m_1}{\rho\cdot V} = \frac{1350\,\mathrm{g}}{7{,}5\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}\cdot 4\,\mathrm{cm}^3} = \underline{\underline{45\ \mathrm{db}}}.$$ 9 pont

A galenitdarabból 45 db hasáb készíthető.

---

2. $R = 15\ \mathrm{cm} = 0{,}15\ \mathrm{m}$
$m = 3\ \mathrm{kg}$
$p = 3\cdot 10^3\ \mathrm{Pa}$
$p_k = 10^5\ \mathrm{Pa}$
$\rho_0 = 1{,}29\ \mathrm{kg/m^3}$
T = állandó
$g = 10\ \mathrm{m/s^2}$

---

a) $m_{lev} = ?$
b) $F = ?$

a) A levegő sűrűsége a burában:

$$\rho = \rho_0\cdot\frac{p}{p_k} = 1{,}29\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\cdot\frac{3\cdot 10^3}{10^5} = 0{,}0387\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}.$$ 3 pont

A levegő térfogata:

$$V = \frac{2\pi}{3}R^3 = \frac{2\pi}{3}\cdot 0{,}15^3\ \mathrm{m}^3 = 7{,}069\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3.$$ 2 pont

A búra alatti levegő tömege:

$$m_{lev} = \rho\cdot V = 0{,}0387\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\cdot 7{,}069\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 = 2{,}736\cdot 10^{-4}\ \mathrm{kg}$$

$m_{lev} = \underline{\underline{0{,}27\ \mathrm{g}}}$. 2 pont

b) A burára függőlegesen ható erők egyensúlya:
$mg + p_k A = F + pA$. 3 pont
Itt $A = R^2\pi = 0{,}15^2\ \mathrm{m}^2\cdot\pi = 7{,}065\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2$, a félgömbfelület vetülete a vízszintes felületre. 3 pont

$F = (p_k - p)A + mg = (10^5 - 3\cdot 10^3)\ \mathrm{Pa}\cdot 7{,}065\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2 + 3\ \mathrm{kg}\cdot 10\ \mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{6883\ \mathrm{N}}}$. 2 pont
(Vegyük észre, milyen nagy ez az erő a bura súlyához képest!)

---

3. $m = 2\ \mathrm{kg}$
$\Delta t = 0{,}2\ \mathrm{s}$
$\mathbf{v}_1 = (4, 2)\ \mathrm{m/s}$
$\mathbf{v}_2 = (-3, 3)\ \mathrm{m/s}$

---

a) $\Delta\mathrm{I} = ?$
b) $F = ?$

a) $\Delta\mathbf{I} = m(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) = 2\ \mathrm{kg}\cdot(-3-4,\ 3-2)\ \mathrm{m/s} = 2\ \mathrm{kg}\cdot(-7,\ 1)\ \mathrm{m/s}$. 5 pont
A lendületváltozás nagysága:
$\Delta\mathrm{I} = 2\ \mathrm{kg}\cdot\sqrt{(-7)^2+1^2}\ \mathrm{m/s} = 2\sqrt{50}\ \mathrm{kg\cdot m/s} = 14{,}14\ \mathrm{kg\cdot m/s}$. 5 pont

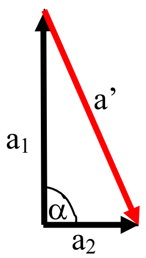
$$\text{b) } F = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{14{,}14\ \mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}2\ \mathrm{s}} = \underline{\underline{70{,}71\ \mathrm{N}}}.$$ 5 pont

---

4. $\alpha = 90°$
$a_1 = 0{,}5\ \mathrm{m/s^2}$
$a_2 = 1{,}2\ \mathrm{m/s^2}$
$t = 4\ \mathrm{s}$

---

a) $a' = ?$
b) $d = ?$



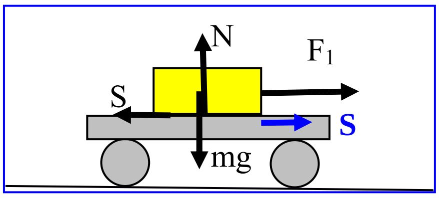
$$\text{a) } a' = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} = \sqrt{0{,}25 + 1{,}44}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \underline{\underline{1{,}3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}}.$$ 8 pont

$$\text{b) } x_1 = \frac{a_1}{2}t^2,\qquad x_2 = \frac{a_2}{2}t^2,$$ 2 pont

$$d = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}\ \frac{t^2}{2} = a'\frac{t^2}{2} = 1{,}3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\frac{16\ \mathrm{s}^2}{2},$$

$d = \underline{\underline{10{,}4\ \mathrm{m}}}$. 5 pont

5. $M = 2$ kg
$m = 0{,}5$ kg
$F_1 = 5$ N
$\mu_0 = 0{,}25$
$\mu_1 = 0{,}01$
$g = 10$ m/s^2
$F_2 = 1$ N



a) $ma_1 = F - S$
$Ma_2 = S$
$N = mg$
A mozgás attól függ, hogy a hasáb tapad-e a kocsin.
Ha tapad, akkor $S \le \mu_0 N$, $a_1 = a_2 = a$.

a) $a_1 = ?$, $a_2 = ?$
b) $a = ?$

Vizsgáljuk meg, hogy milyen F húzóerő esetén van tapadás.

$$S = \frac{M}{m+M} \cdot F \le \mu_0 mg, \text{ ebből}$$

$$F \le \frac{\mu_0 mg}{M} \cdot (m+M) = \frac{0{,}25 \cdot 2\ \text{kg} \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2{,}5\ \text{kg}}{2\ \text{kg}} = 1{,}5625\ \text{N}.$$

Tehát $F_1 = 5$ N esetén a hasáb csúszik, de $F_2 = 1$ N esetén tapad. 5 pont

Ha a hasáb csúszik, akkor $S = \mu_1 mg$.

$$a_2 = \frac{\mu_1 mg}{M} = \frac{0{,}01 \cdot 0{,}5\,\text{kg} \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2\ \text{kg}} = \underline{\underline{0{,}025\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}\,.$$ 2 pont

$$a_1 = \frac{F_1 - \mu_1 mg}{M} = \frac{5\,\text{N} - 0{,}01 \cdot 0{,}5\ \text{kg} \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2\ \text{kg}} = \underline{\underline{9{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}\,.$$ 3 pont

b) A hasáb most tapad a kocsin: $a = \dfrac{F_2}{m+M} = \dfrac{1\,\text{N}}{2{,}5\ \text{kg}} = \underline{\underline{0{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}\,.$ 5 pont

---

6. $m = 1$ kg
$h = 3$ m
$s = 0{,}2$ m
$c = 465$ J/(kg·K)
$Q = E/2$
$a =$ áll.
$g = 10$ m/s^2

a) $\Delta T = ?$
b) $F = ?$

a) $E = m \cdot g \cdot (h + s) = 1\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m/s}^2 \cdot 3{,}2\ \text{m} = 32$ J. 5 pont

$Q = m \cdot c \cdot \Delta T = \dfrac{E}{2} = 16$ J. 1 pont

$$\Delta T = \frac{Q}{m \cdot c} = \frac{16\ \text{J}}{1\ \text{kg} \cdot 465\,\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 0{,}034\ \text{K} = \underline{\underline{0{,}034\ °\text{C}}}.$$ 2 pont

b) Az összes mechanikai energia másik felét a súrlódási munka emészti föl:

$E/2 = F \cdot s$, ebből $F = \dfrac{E}{2 \cdot s} = \dfrac{16\,\text{J}}{0{,}2\,\text{m}} = \underline{\underline{80\ \text{N}}}\,.$ 7 pont

---

7. $d = 0{,}6$ m, $r = 0{,}3$ m
$m = 28{,}2$ kg
$h_1 = 0{,}4$ m
$T_1 = 300$ K
$Q = 7{,}7$ kJ
$p_0 = 10^5$ Pa
$f = 5$
$g = 10$ m/s^2

a) $p = p_0 + \dfrac{mg}{A}$, $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0{,}3^2\ \text{m}^2 = 0{,}283\ \text{m}^2$.

$$p = 10^5\ \text{Pa} + \frac{28{,}2\ \text{kg} \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}2823\ \text{m}^2} = 1{,}01 \cdot 10^5\ \text{Pa}.$$ 2 pont

$V_1 = A \cdot h_1 = 0{,}283\ \text{m}^2 \cdot 0{,}4\ \text{m} = 0{,}113\ \text{m}^3$. 1 pont

a) N = ?
b) T_2 = ?
c) h_2 = ?

$$N=\frac{pV_1}{kT_1}=\frac{1{,}01\ \text{Pa}\cdot 0{,}113\ \text{m}^3}{1{,}38\cdot 10^{-23}\ \text{J/K}\cdot 300\ \text{K}}=\underline{\underline{2{,}756\cdot 10^{24}}}.$$ 3 pont

b) A folyamat izobár, így

$$Q=\frac{f+2}{2}\cdot N\cdot k\cdot \Delta T=\frac{f+2}{2}\cdot\frac{pV_1}{T_1}\cdot\Delta T$$ 2 pont

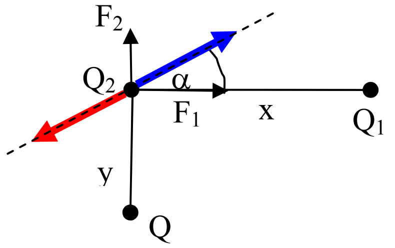
$$\Delta T=\frac{2Q\cdot T_1}{(f+2)pV_1}=\frac{2\cdot 7{,}7\cdot 10^3\ \text{J}\cdot 300\ \text{K}}{7\cdot 1{,}01\cdot 10^5\ \text{Pa}\cdot 0{,}113\ \text{m}^3}=57{,}8\ \text{K}.\quad T_2=T_1-\Delta T=\underline{\underline{242{,}2\ \text{K}}}.$$ 2 pont

c) $$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2},\qquad \frac{h_1}{T_1}=\frac{h_2}{T_2},\qquad h_2=\frac{T_2}{T_1}\cdot h_1=\frac{242{,}2\ \text{K}}{300\ \text{K}}\cdot 0{,}4\ \text{m}=0{,}32\ \text{m}=\underline{\underline{32\ \text{cm}}}.$$ 5 pont

---

8. $Q_1=-10^{-7}$ C
α = 30 °
x = 0,2 m
y = 0,1 m

a) Q = ?
b) Q_2 = ?



a1) Tegyük fel, hogy Q_2 >0. Ekkor az ábra szerint Q > 0. 2 pont
Az erők nagysága:

$$F_1=k\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{x^2},\quad F_2=k\cdot\frac{Q\cdot Q_2}{y^2},\quad \text{tg}\ \alpha=\frac{F_2}{F_1}=k\cdot\frac{Q\cdot Q_2}{y^2}\cdot\frac{x^2}{k\cdot Q_1\cdot Q_2}=\frac{x^2\cdot Q}{y^2\cdot Q_1}.$$ 4 pont

$$Q=Q_1\cdot\left(\frac{y}{x}\right)^2\text{tg}\ \alpha=10^{-7}\ \text{C}\cdot\left(\frac{0{,}1}{0{,}2}\right)^2\cdot\text{tg}\ 30°=\underline{\underline{1{,}44\cdot 10^{-8}\ \text{C}}}.$$ 2 pont

a2) Tegyük fel, hogy Q_2 < 0. Ekkor az ábra szerint Q> 0. 2 pont
Tehát most Q = $\underline{\underline{1{,}44\cdot 10^{-8}\ \text{C}}}$. 2 pont
b) Q_2 nagyságát nem lehet megmondani (tetszőleges nagyságú lehet), előjele lehet pozitív és negatív is. 3 pont

---

9. n= $2\cdot 10^{17}$ db
$\Delta t=\frac{2}{15}$ perc = 8 s
$e=1{,}6\cdot 10^{-19}$ C
R_1 = 100 Ω
R_2 = 600 Ω
R_3 = 200 Ω
t = 0,5 h = 1800 s

a) U = ?
b) U_2 = ?
c) W_3 = ?

a) $$I=\frac{n\cdot e}{\Delta t}=\frac{2\cdot 10^{17}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{C}}{8\ \text{s}}=4\ \text{mA}.$$ 2 pont

$$R_e=R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}=100\ \Omega+\frac{600\ \Omega\cdot 200\ \Omega}{600\ \Omega+200\ \Omega}=250\ \Omega$$ 3 pont

$U=I\cdot R_e=4\ \text{mA}\cdot 250\ \Omega=\underline{\underline{1\ \text{V}}}$. 2 pont
b) Az R_1 ellenálláson $U_1=I\cdot R_1=4\ \text{mA}\cdot 100\ \Omega=0{,}4$ V feszültség esik,
így az R_2 ellenálláson $U_2=U-U_1=\underline{\underline{0{,}6\ \text{V}}}$ feszültség esik. 5pont
c) Mivel az R_3 ellenálláson is 0,6 V feszültség esik,

$$W_3=\frac{U_2^2}{R_3}\cdot t=\frac{0{,}6^2\ \text{V}^2}{200\ \Omega}\cdot 1800\ \text{s}=\underline{\underline{3{,}24\ \text{J}}}.$$ 3 pont

10. D = 10 N/cm = 10^3 N/m
M = 2 kg
m = 0,5 kg
h = 0,2 m
g = 10 m/s^2
a) Q = ?
b) f = ?
c) A = ?

a) Az m tömegű test

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}2\ \text{m}} = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$ 2 pont

sebességgel esik a korongra.
Az ütközés tökéletesen rugalmatlan, így a lendület megmaradás szerint
$m \cdot v_0 = (m + M) \cdot u,$

$$u = \frac{m \cdot v_0}{m + M} = \frac{0{,}5\ \text{kg} \cdot 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2{,}5\ \text{kg}} = 0{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$ 2 pont

A keletkezett hő a mozgási energiák különbsége:

$$Q = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2}(m + M)u^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5\ kg \cdot 4\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - \frac{1}{2} 2{,}5\ kg \cdot 0{,}4^2\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \underline{\underline{0{,}8\ \text{J}}}.$$ 2 pont

b) A rezgés körfrekvenciája:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m + M}} = \sqrt{\frac{10^3\ \frac{\text{N}}{\text{m}}}{2{,}5\ \text{kg}}} = 20\ \text{s}^{-1}, \quad \text{frekvenciája:}\ f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{20}{2 \cdot \pi}\ \text{s}^{-1} = \underline{\underline{3{,}18\ \text{s}^{-1}}}.$$ 3 pont

c) A két test együtt rezgőmozgást végez, az eredeti egyensúlyi helyzet körül.

A mozgás kezdetén (t = 0) a kitérés $x_0 = \dfrac{mg}{D} = \dfrac{0{,}5\ \text{kg} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{10^3\ \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 5 \cdot 10^{-3}$ m, 2 pont

a sebesség $u = 0{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. A rezgőmozgást végző test kitérése és sebessége egy tetszőleges t időpillanatban: $x = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$, $v = A\omega \cdot \cos(\omega t + \varphi) = u$
Ebből $x_0 = A \sin \varphi$, $u = A\omega \cos \varphi$, innen

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{u^2}{\omega^2}} = \sqrt{25 \cdot 10^{-6} + \frac{0{,}16}{400}}\ \text{m} = \underline{\underline{2{,}06\ \text{cm}}}.$$ 4 pont

---

11. U = 100 kV = 10^5 V
I = 15 kA = $15 \cdot 10^3$ A
Δt = 0,02 s
n = 100 1/perc

a) $P_{átl}$ = ?
b) $P_{össz}$ = ?

a) Egyetlen villámláskor felszabaduló energia:
$W = U \cdot I \cdot \Delta t = 10^5\ \text{V} \cdot 15 \cdot 10^3\ \text{A} \cdot 0{,}02\ \text{s} = 30 \cdot 10^6\ \text{J} = 30$ MJ.

Az átlagos teljesítmény $P_{átl} = \dfrac{W}{1\ \text{s}} = \underline{\underline{30\ \text{MW}}}$. 9 pont

b) Az összes villám teljesítménye $P_{össz} = n \cdot P_{átl} = \underline{\underline{3000\ \text{MW}}}$. 6 pont

Ez a képen lévő vízierőmű teljesítményének $\dfrac{3}{5{,}428} = 55$ %-a.

---

12. $Q_1 = 5 \cdot 10^{-7}$ C
$Q_2 = 2 \cdot 10^{-7}$ C
m = 10 g = 10^{-2} kg
g = 10 m/s^2
$k = 9 \cdot 10^9$ N·m/C^2

a) x = ?
b) v = ?

a) Egyensúlyi helyzet:

$$m \cdot g = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{x^2},$$

$$x = \sqrt{\frac{k \cdot Q_1 \cdot Q_2}{m \cdot g}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^{-7}}{10^{-2} \cdot 10}}\ \text{m} = \underline{\underline{9{,}5\ \text{cm}}}.$$ 9 pont

b) $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot x} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0{,}095}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{1{,}38\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}}}$. 6 pont