**1.** $\Delta t = 1$ s
$\Delta s = 0{,}36 \cdot h$
$g = 10$ m/s$^2$

**a)** $t = ?$
**b)** $h = ?$
**c)** $v = ?$

**a)** Az utolsó másodpercben megtett út, ha $t$ a teljes esési idő:

$$\Delta s = \frac{g}{2}\cdot t^2 - \frac{g}{2}\cdot(t+\Delta t)^2 = \frac{g}{2}\cdot t^2 - \frac{g}{2}\cdot t^2 + g\cdot t\cdot \Delta t - \frac{g}{2}\cdot(\Delta t)^2,$$

$$\Delta s = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot t\cdot 1\ \text{s} - 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot(1\ \text{s})^2 = 10\cdot t\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5\ \text{m}.$$

A teljes út $h = \frac{g}{2}\cdot t^2 = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot t^2$. A feltétel szerint $\Delta s = 0{,}36\cdot h$,

így $10\cdot t\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5\ \text{m} = 0{,}36\cdot 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot t^2$.

$$0 = 0{,}36\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot t^2 - 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot t + 1. \quad (*)$$ 8 pont

Az egyenlet megoldása megoldóképlettel: $t = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 - 0{,}36\cdot 4}}{0{,}36\cdot 2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{0{,}64}}{0{,}36} = 5$ s.

(A másik gyök $t$=0,55 s (<1 s ), fizikai szempontból értelmetlen)
A (*) egyenlet értéktáblázattal is megoldható, mert a feltétel szerint $t$ egész szám.

| $t$ (s) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $0{,}36\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot t^2 - 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot t + 1$ | -0,64 | -1,56 | -1,76 | -1,24 | 0 | 1,96 | 4,64 |

A táblázatból látható, hogy $\underline{\underline{t = 5\ \text{s}}}$. 3 pont

**b)** $h = \frac{g}{2}\cdot t^2 = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot(5\ \text{s})^2 = \underline{\underline{125\ \text{m}}}$. 2 pont

**c)** $v = g\cdot(t - \Delta t) = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 4\ \text{s} = \underline{\underline{40\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$. 2 pont

**2.** $v_{sz} = 0{,}2$ m/s
$d_{21\text{-}1} = 6$ m
$\Delta t = 0{,}5$ s
$\Delta v = 0{,}5$ m/s

$s_{15\text{-}9} = ?$

Ha a lyukak közti távolság $d$, akkor a 21. és az első lyuk között $20\cdot d$ a távolság:

$20\cdot d = 6$ m. Így $d = \frac{6}{20}$ m $= 0{,}3$ m.

Két lyukasztás között eltelt idő: $\tau = \dfrac{d}{v_{sz}} = \dfrac{0{,}3\ \text{m}}{0{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1{,}5$ s. 6 pont

A második esetben a szalag gyorsuló mozgást végez, gyorsulása:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0{,}03\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}5\ \text{s}} = 0{,}06\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$ 3 pont

A 9. és a 15. lyuk közti távolságra fennáll:

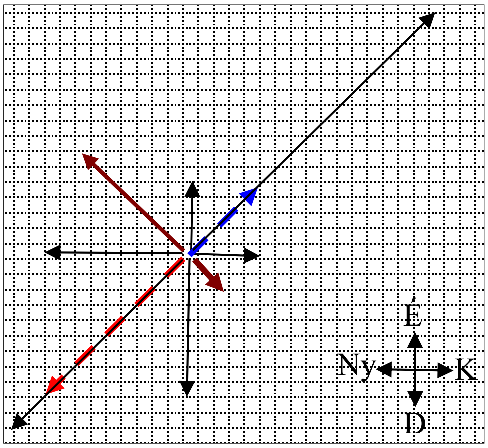
$s_{15\text{-}9} = \frac{a}{2}\cdot(14\cdot\tau)^2 - \frac{a}{2}\cdot(8\cdot\tau)^2 = \frac{a}{2}\cdot(196-64)\cdot\tau^2 = 0{,}03\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 132\cdot 2{,}25\ \text{s}^2 = \underline{\underline{8{,}91\ \text{m}}}$. 6 pont

**3.** $m = 8$ kg
$F_É = F_K = 14{,}142$ N
$F_D = F_{Ny} = 28{,}284$ N

$F_{ÉNy} = 30$ N
$F_{ÉK} = 70$ N
$F_{DK} = 10$ N
$F_{DNy} = 50$ N

**a)** **a** = ?
**b)** $\dfrac{F'_{DK}}{F_{DK}} = ?$

**a)** Rajzoljuk föl a testre ható erőket, lehetőleg méretarányosan:




A keleti és északi erők eredője ÉK felé mutat és nagysága 20 N (szaggatott vonal). Így ÉK felé összesen 20 N + 70 N = 90 N mutat. A déli és nyugati erő eredője DNy felé mutat és nagysága 40 N. Így DNy felé összesen 40 N + 50 N = 90 N mutat. Eszerint a ÉK-DNy irányú erők eredője nulla.

Maradtak az ÉNy és DK felé ható erők, ezek eredője 30 N – 10 N = 20 N és ÉNy felé mutat.
10 pont

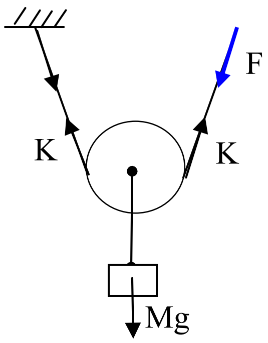
A test gyorsulása

$a = \dfrac{20\,\mathrm{N}}{8\,\mathrm{kg}} = 2{,}5$ m/s$^2$, és ÉNy felé mutat. 2 pont

**b)** A test nem gyorsul, ha a ráható erők eredője nulla. Ennek alapján a DK felé mutató erőt 3-szorosára kell növelni. 3 pont

**4.** $M = 40$ kg
$\alpha = 30°$
$m = 23{,}5$ kg
$g = 10$ m/s$^2$
$h = 2$ m

**a)** $F = ?$
**b)** $W = ?$




a) A fiúnak $F = K$ erővel kell tartania a kötelet.
A $K$ kötélerők függőleges eredője (a testre erősített kötél közvetítésével) a test $Mg$ súlyával tart egyensúlyt.
A 30°-os szög miatt, $K$ függőleges komponense

$K \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, így $2 \cdot K \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = Mg$.

$F = K = \dfrac{Mg}{\sqrt{3}} = \dfrac{40\text{ kg} \cdot 10\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\sqrt{3}} = 230{,}94$ N. 7 pont

A feladat szerint a fiú legföljebb $mg = 23{,}5$ kg·10 m/s$^2$ = 235 N erőt képes kifejteni.
Mivel $F < 235$ N, a fiú föl tudja húzni a testet. 3 pont

**b)** Ha a terhet gyorsítás nélkül emeljük, a hasznos munkavégzés annyi, amennyivel a teher magassági energiája megnőtt:
$W = M \cdot g \cdot h = 40$ kg·10 m/s$^2$·2 m = 800 J. 5 pont

**5.** $\eta = 80\ \%$
$m = 2{,}5\cdot10^3$ kg
$t = 10$ s
$h = 20$ m
$g = 10\ \mathrm{m/s^2}$

$P = ?$

A daru az emelés során a test magassági energiáját és a mozgási energiáját növeli. Így a hasznos munka:

$$W_h = m\cdot g\cdot h + \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2.$$

$m\cdot g\cdot h = 2{,}5\cdot10^3\ \mathrm{kg}\cdot10\ \mathrm{m/s^2}\cdot20\ \mathrm{m} = 5\cdot10^5$ J. 4 pont

A gyorsuló mozgásra fennáll, hogy $h = \dfrac{v\cdot t}{2}$, innen

$$v = \frac{2h}{t} = \frac{2\cdot20\,\mathrm{m}}{10\ \mathrm{s}} = 4\ \mathrm{m/s}.$$

A gyorsítási munka $\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\cdot2{,}5\cdot10^3\ \mathrm{kg}\cdot16\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 0{,}2\cdot10^5$ J. 5 pont

A hasznos munka $W_h = 5{,}2\cdot10^5$ J. 2 pont

A daru átlagteljesítménye, figyelembe véve a hatásfokot

$$P = \frac{W_{be}}{t} = \frac{W_h}{\eta\cdot t} = \frac{5{,}2\cdot10^5\ \mathrm{J}}{0{,}8\cdot10\ \mathrm{s}} = \underline{\underline{65\ \mathrm{kW}}}.$$ 4 pont

**6.** $q_1 = 10^{-7}$ C
$d = 1$ m
$F = 3{,}24\cdot10^{-5}$ N
$k = 9\cdot10^9\ \mathrm{Nm^2/C^2}$
$x = 0{,}25$ m

**a)** $q_2 = ?$
**b)** $E = ?$

**a)** Összeérintés és eltávolítás után a golyók töltése egyenlő lesz:

$q = \dfrac{q_1+q_2}{2}$. Így fennáll $F = k\dfrac{q^2}{d^2}$, ahonnan

$$q^2 = \frac{F\cdot d^2}{k} = \frac{3{,}24\cdot10^{-5}\ \mathrm{N}\cdot1\mathrm{m}^2}{9\cdot10^9\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}} = 36\cdot10^{-16}\ \mathrm{C}. \rightarrow \underline{\underline{q = \pm6\cdot10^{-8}\ \mathrm{C}}}.$$ 4 pont

A másik golyó töltése $q_2 = 2q - q_1$, azaz $q_2 = 2\cdot6\cdot10^{-8}\ \mathrm{C} - 10\cdot10^{-8}\ \mathrm{C} = \underline{\underline{2\cdot10^{-8}\ \mathrm{C}}}$, 2 pont
vagy
$q_2 = -2\cdot6\cdot10^{-8}\ \mathrm{C} - 10\cdot10^{-8}\ \mathrm{C} = \underline{\underline{-22\cdot10^{-8}\ \mathrm{C}}}$. 2 pont

**b)** A töltésektől származó térerősségek nagysága a megadott pontban:

$$E_1 = k\frac{q}{x^2} = 9\cdot10^9\ \frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\cdot\frac{6\cdot10^{-8}\ \mathrm{C}}{0{,}25^2\ \mathrm{m}^2} = 8640\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}.$$ 2 pont

$$E_2 = k\frac{q}{(d-x)^2} = 9\cdot10^9\ \frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\cdot\frac{6\cdot10^{-8}\ \mathrm{C}}{0{,}75^2\ \mathrm{m}^2} = 960\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}.$$ 1 pont

Az eredő térerősség $E = E_1 - E_2 = 8640\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} - 960\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = \underline{\underline{7680\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}}}$. 2 pont

Ha $q > 0$, az eredő térerősség a második golyó felé mutat. Ha $q < 0$, az eredő térerősség az első golyó felé mutat. 2 pont

**7.** $V = 320\ \text{m}^3$
$T_0 = 273$ K = állandó
$V_{víz} = 2$ liter
$\rho = 1\ \text{kg/dm}^3$
$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ 1/mol
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K

**a)** $\Delta p = ?$
**b)** $\Delta p' = ?$

**a)** A víz tömege $m = \rho \cdot V_{víz} = 2$ kg. A víz moltömege $M = 18$ g/mol. Vízbontáskor $N$ db vízmolekulából $N$ db $H_2$ molekula és $N/2$ db $O_2$ molekula keletkezik.
A vízmolekulák eredeti száma

$$N = \frac{m}{M} N_A = \frac{2000\,\text{g}}{18\,\dfrac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{mol}} = 6{,}689 \cdot 10^{25}\ \text{(db)}.$$ 2 pont

A hidrogéntől származó nyomásnövekedés

$$\Delta p_{H2} = \frac{NkT_0}{V} = \frac{6{,}689 \cdot 10^{25} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \dfrac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 273\,\text{K}}{320\ \text{m}^3} = 787{,}5\ \text{Pa}.$$ 3 pont

Az oxigéntől származó nyomásnövekedés

$$\Delta p_{O2} = \frac{NkT_0}{2V} = 0{,}5 \cdot 787{,}5\ \text{Pa} = 393{,}75\ \text{Pa}.$$ 3 pont

A vízbontás következtében a helyiségben a nyomásnövekedés
$\Delta p = \Delta p_{H2} + \Delta p_{O2} = 1{,}5 \cdot \Delta p_{H2} = \underline{\underline{1181{,}26\ \text{Pa}}}$. 2 pont

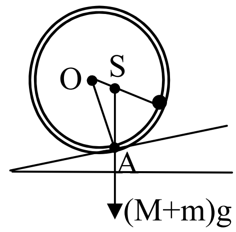
**b)** Ha a víz elpárolog, $N$ számú vízmolekula lesz légnemű állapotban, így a nyomásnövekedés

$$\Delta p' = \frac{NkT_0}{V} = \underline{\underline{787{,}5\ \text{Pa}}}.$$ 5 pont

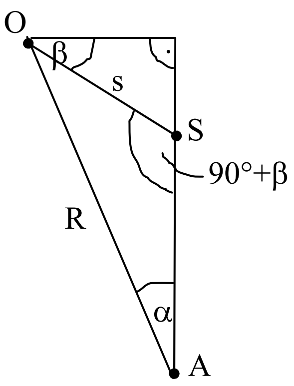
**8.** $R$
$M = 2$ kg
$m = 1$ kg
$\alpha = 10°$
$g = 10\ \text{m/s}^2$

**a)** $\beta = ?$
**b)** $\mu_t = ?$

a) A test akkor van egyensúlyban a lejtőn, ha a ráható erők és forgatónyomatékok eredője 0. Mivel a kényszererőknek nincs forgatónyomatékuk az $A$ ponton átmenő vízszintes tengelyre vonatkozóan, a rendszer akkor lesz egyensúlyban, ha a $M$ és $m$ tömegből álló rendszer súlypontjából húzott függőleges egyenes átmegy alátámasztási ponton.




Mivel $M=2m$, a súlypont $s = \frac{1}{3} R$ távolságban van a gyűrű középpontjától.




Az OSA háromszögre írjuk fel a szinusztételt:

$$\frac{\sin(90° + \beta)}{\sin \alpha} = \frac{R}{s} = 3$$

$\sin(90°+\beta) = 3 \cdot \sin\alpha$
$\cos \beta = 3 \cdot \sin\alpha = 0{,}521 \Rightarrow$ $\underline{\underline{\beta = \pm 58{,}6°}}$. 10 pont

b) A tapadás feltétele
$\mu_t \cdot (m + M) \cdot g \cdot \cos \alpha \geq (m+M) \cdot g \cdot \sin \alpha$
$\mu_t \geq \text{tg}\ \alpha$
$\underline{\underline{\mu_t \geq 0{,}176}}$ 5 pont
*Megjegyzés*: A megoldásban azt használtuk ki, hogy egyensúly

esetén a forgatónyomatékok eredője tetszőleges tengelyre (pontra) felírva zérus.

**9.** $R = 2{,}75\ \Omega$
$\rho_1 = 7800\ \mathrm{kg/m^3}$
$\rho_2 = 0{,}11\ \Omega\cdot\mathrm{mm^2/m}$
$m_b = 742{,}9$ g
$m_j = 819$ g
$t = 2{,}5$ s
$U = 3{,}3$ V

**a)** $k_b/k_j = ?$
**b)** $L = ?$
**c)** $Q = ?$

**a)** Legyen a tekercs tömege *m*. A mérleg egyensúlyára felírható:
$m_b \cdot g \cdot k_b = m \cdot g \cdot k_j$
$m_j \cdot g \cdot k_j = m \cdot g \cdot k_b$

$$\frac{m_b k_b}{m_j k_j} = \frac{k_j}{k_b} \quad \Rightarrow \quad \frac{k_b}{k_j} = \sqrt{\frac{m_j}{m_b}} = \sqrt{\frac{819}{742{,}9}} = \underline{\underline{1{,}05}}.$$ 5 pont

**b)** $m = m_b \dfrac{k_b}{k_j} = 742{,}9\ \mathrm{g} \cdot 1{,}05 = 780$ g. 1 pont

A huzal tömegét a sűrűséggel kifejezve, és az ellenállást felírva a huzal hossza megkapható:

A két egyenletből $m = \rho_1 \cdot L \cdot A, \quad R = \rho_2 \cdot \dfrac{L}{A}$.

$$L = \sqrt{\frac{R \cdot m}{\rho_1 \cdot \rho_2}} = \sqrt{\frac{2{,}75\ \Omega \cdot 0{,}780\ \mathrm{kg}}{7800\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}} \cdot 0{,}11 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot \mathrm{m}}} = \underline{\underline{50\ \mathrm{m}}}.$$ 4 pont

**c)** A huzalon átmenő áram $I = \dfrac{U}{R} = \dfrac{3{,}3\ \mathrm{V}}{2{,}75\ \Omega} = 1{,}2$ A. 3 pont

Az áthaladt töltés nagysága: $Q = I \cdot t = 1{,}2\ \mathrm{A} \cdot 2{,}5\ \mathrm{s} = \underline{\underline{3\ \mathrm{C}}}$. 2 pont

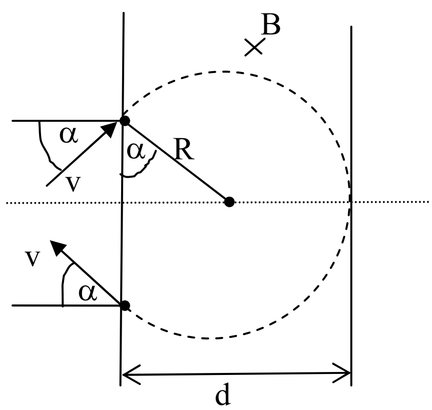
**10.** $d = 0{,}04$ m
$B = 0{,}02$ T
$\alpha = 30°$
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg

**a)** $U = ?$
**b)** $v = ?$

**a)** Az elektront a mágneses mező körpályára kényszeríti. Akkor tud újra kilépni (szimmetria-okból a kilépés szöge ugyanakkora, mint a belépés szöge), ha a körív „befér” a tartományba. 6 pont

Az ábra alapján
$d = R + R \cdot \sin \alpha$

$$R = \frac{d}{1 + \sin\alpha} = \frac{0{,}04}{1{,}5}\ \mathrm{m} = 2{,}67\ \mathrm{cm}.$$ 2 pont




**b)** A körpályán történő mozgás dinamikai feltétele: $m \cdot \dfrac{v^2}{R} = e \cdot v \cdot B$, ahonnan

$$v = \frac{e \cdot B \cdot R}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot 0{,}02\ \mathrm{T} \cdot 0{,}0267\ \mathrm{m}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}} = \underline{\underline{9{,}38 \cdot 10^7\ \mathrm{m/s}}}.$$ 4 pont

(Ez a sebesség a fény vákuumbeli sebességének 0,3-szerese ($0{,}3 \cdot c$). Ekkora sebességnél a relativisztikus tömegnövekedés már elég jelentős).

**a)** A gyorsító feszültségre fennáll, hogy: $e \cdot U = \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$, innen

$$U=\frac{mv^2}{2e}=\frac{9{,}1\cdot10^{-31}\,\mathrm{kg}\cdot9{,}38^2\cdot10^{14}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\,\mathrm{C}}=25021\ \mathrm{V}=\underline{\underline{25{,}021\ \mathrm{kV}}}.$$ 3 pont

**11.** $v_p = 6\cdot10^4$ m/s
$q = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C
$m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ kg
$k = 9\cdot10^9$ N·m²/C²

**a)** $u_p = ?$
**b)** $d = ?$

**a)** Az $\alpha$-részecske ($m_\alpha=4m_p$, $q_\alpha = 2q$) és a proton rendszerre érvényes a lendület megmaradás.
Addig közelíti meg a proton az $\alpha$-részecskét, amíg a sebességük azonos nem lesz ($u_\alpha= u_p =u$), utána távolodnak. 2 pont
$m_p\cdot v_p = m_\alpha\cdot u + m_p\cdot u$ ,

$$u=\frac{m_p v_p}{m_\alpha+m_p}=\frac{m_p v_p}{4m_p+m_p}=\frac{v_p}{5}=\underline{\underline{1{,}2\cdot10^4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}.$$ 4 pont

**b)** Érvényes az energia megmaradás is:

$$\frac{1}{2}m_p v_p^2=\frac{1}{2}m_\alpha u^2+\frac{1}{2}m_p u^2+k\frac{q\cdot q_\alpha}{d}$$

$$k\frac{q\cdot q_\alpha}{d}=\frac{1}{2}m_p v_p^2-\frac{1}{2}m_\alpha u^2-\frac{1}{2}m_p u^2=\frac{1}{2}m_p v_p^2-\frac{1}{2}\cdot5m_p\frac{v_p^2}{25}=0{,}4\cdot m_p\cdot v_p^2$$

$$d=\frac{k\cdot2\cdot q^2}{0{,}4\cdot m_p\cdot v_p^2}=\frac{9\cdot10^9\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C}^2}\cdot2\cdot1{,}6^2\cdot10^{-38}\,\mathrm{C}^2}{0{,}4\cdot1{,}67\cdot10^{-27}\,\mathrm{kg}\cdot36\cdot10^8\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}=\underline{\underline{1{,}92\cdot10^{-10}\ \mathrm{m}}}.$$ 9 pont

**12.** $A=10$ mm² $=10^{-5}$ m²
$I = 10$ A
$\rho_r = 1{,}72\cdot10^{-8}$ Ω·m
$\rho_v = 9{,}7\cdot10^{-8}$ Ω·m
$\varepsilon_0 = 8{,}852\cdot10^{-12}$ As/(V·m)

**a)** $E_r = ?$, $E_v = ?$
**b)** $\Delta Q=?$
**c)** $N = ?$

**a)** Az $U = I\cdot R= I\cdot\rho\cdot\frac{l}{A} =E\cdot l$ feszültség felhasználásával a térerősség a vezetékben: $E=\frac{I\cdot\rho}{A}$. 4 pont

$$E_r=\frac{10\,\mathrm{A}\cdot1{,}72\cdot10^{-8}\,\Omega\cdot\mathrm{m}}{10^{-5}\,\mathrm{m}^2}=\underline{0{,}0172\ \mathrm{V/m}},$$ 1 pont

$$E_v=\frac{10\,\mathrm{A}\cdot9{,}7\cdot10^{-8}\,\Omega\cdot\mathrm{m}}{10^{-5}\,\mathrm{m}^2}=\underline{0{,}097\ \mathrm{V/m}}.$$ 1 pont

**b)** Alkalmazzuk a Gauss-törvényt a réz-vas határfelület körül fölvett hasábra:

$$E_v\cdot A-E_r\cdot A=\frac{\Delta Q}{\varepsilon_0}.$$

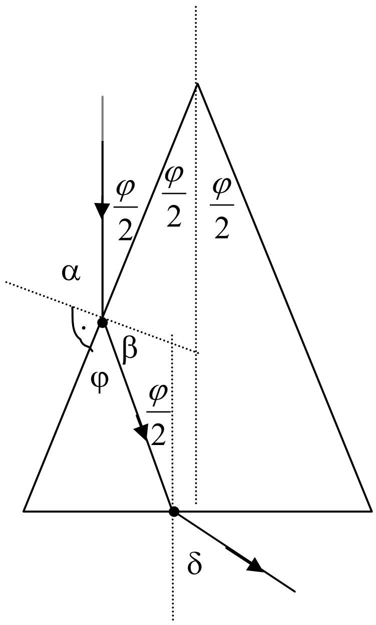
$\Delta Q=\varepsilon_0\cdot(E_v-E_r)\,A=\varepsilon_0\cdot I\cdot(\rho_v-\rho_r)$ ,

$\Delta Q = 8{,}852\cdot10^{-12}\,\frac{\mathrm{A\cdot s}}{\mathrm{V\cdot m}}\cdot10\ \mathrm{A}\cdot(9{,}7-1{,}72)\cdot10^{-8}\ \Omega\cdot\mathrm{m}=\underline{\underline{70{,}65\cdot10^{-19}\ \mathrm{C}}}$, pozitív. 7 pont

**c)** $N=\frac{\Delta Q}{e}=\frac{70{,}65\cdot10^{-19}\,\mathrm{C}}{1{,}6\cdot10^{-19}\,\mathrm{C}}\approx\underline{\underline{44\ \mathrm{db}}}$. 2 pont

**13.** $n = 1{,}5$

**a)** $\varphi = ?$
**b)** $\delta = ?$




**a)** Az ábra alapján

$\alpha = 90° - \dfrac{\varphi}{2}$, $\beta = 90° - \varphi$

A Snellius-Descartes törvény szerint:

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin(90° - \frac{\varphi}{2})}{\sin(90° - \varphi)} = \frac{\cos\frac{\varphi}{2}}{\cos\varphi}.$$

$$n \cdot \cos\varphi = n \cdot [\cos^2\frac{\varphi}{2} - \sin^2\frac{\varphi}{2}] = \cos\frac{\varphi}{2},$$

$$n \cdot [\cos^2\frac{\varphi}{2} - \sin^2\frac{\varphi}{2}] = n[\cos^2\frac{\varphi}{2} - (1 - \cos^2\frac{\varphi}{2})] = \cos\frac{\varphi}{2},$$

$$2 \cdot n \cdot \cos^2\frac{\varphi}{2} - \cos\frac{\varphi}{2} - n = 0.$$

$$\cos\frac{\varphi}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8 \cdot 1{,}5^2}}{4 \cdot 1{,}5} = \frac{1 \pm \sqrt{19}}{6},$$

$\cos\dfrac{\varphi}{2} = 0{,}893$, $\quad \dfrac{\varphi}{2} = 26{,}73°$, $\quad \underline{\underline{\varphi = 53{,}46°}}$.

$\cos\dfrac{\varphi}{2} = -0{,}559$, $\quad \dfrac{\varphi}{2} > 90°$, nem lehet. $\boxed{10\ \text{pont}}$

**b)** Mivel $\varphi/2 = 26{,}73^{o}$ kisebb, mint a határszög ($41{,}81^{o}$), a fénysugár kilép a prizmából. A Snellius-Descartes törvény szerint:

$\dfrac{1}{n} = \dfrac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\sin\delta}$, ebből $\sin\delta = n \cdot \sin\dfrac{\varphi}{2} = 0{,}6747$, $\quad \underline{\underline{\delta = 42{,}43°}}$, ez egyben az eltérítés szöge. $\boxed{5\ \text{pont}}$