2006/2007. tanév

Szakács Jenő Megyei Fizika Verseny
I. forduló

2006. november 10.

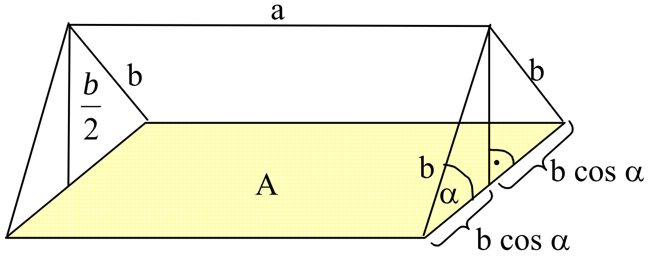
MEGOLDÁSOK

1.

Δh = 10 mm = 10^{-2} m
a = 14,5 m
b = 4,21 m
α = 30°
ρ = 13 600 kg/m^3
g = 9,81 m/s^2

---

a) ΔF = ?
b) Irány?



a) A nyomás értelmezése alapján a nyomásnövekedés:

$$\Delta p = \frac{\Delta F}{A}$$, ahol ΔF az A felületre merőleges nyomóerő nagysága.

Mivel ΔF függőlegesen lefelé irányul, így A nagysága a tető vízszintes síkra vett vetületével egyenlő, azaz

$$A = a\cdot 2\cdot b\cos\alpha = a\cdot 2\cdot\sqrt{b^2-\frac{b^2}{4}} = a\cdot 2\cdot b\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 14{,}5\ \text{m}\cdot 4{,}21\ \text{m}\cdot\sqrt{3} = 105{,}73\ \text{m}^2 .$$ *2 pont*

A nyomásnövekedés:

$\Delta p = \rho\, g\, \Delta h$ = 13 600 kg/m^3 ·9,81 m/s^2 ·10^{-2} m = 1334,16 Pa. *5 pont*

A nyomóerő nagysága:

$\Delta F = A\cdot\Delta p$ = 105,73 m^2·1334,16 Pa = 141 060,7 N = 141 kN. *3 pont*

b) A tetőre ható nyomóerő függőlegesen lefelé mutat. *5 pont*

2.

A: x = 2 m

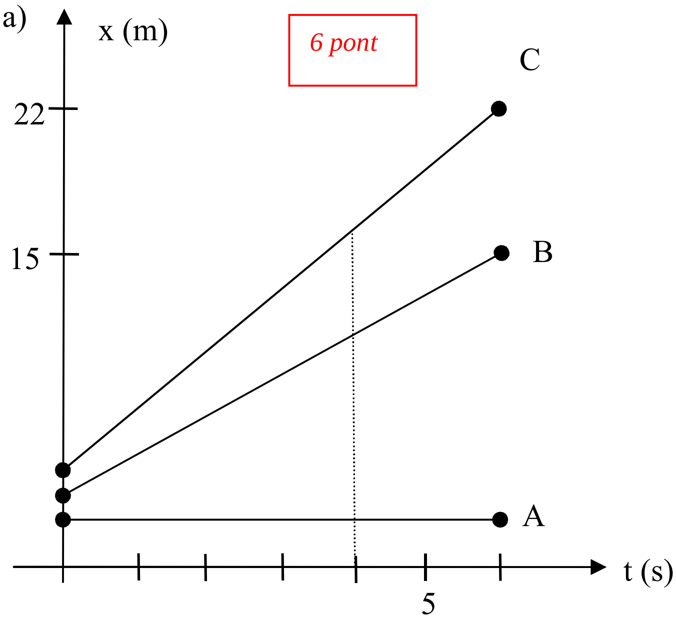
B: x = 3 m + (2 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$)·$t$

C: x = 4 m + (3 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$)· t

---

a) $t \mapsto s$, $0 \le t \le 6$ s
b) v_A = ?, v_B = ? v_C = ?, ha t_1 = 5 s
c) d_{AB} = ?, d_{AC} = ?, d_{BC} = ?, ha t_2 = 4 s

a)



b) v_A = 0, a test áll.

$v_B = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_C = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznek. *3 pont*

c) A távolságok:

$d_{AB} = x_B - x_A$ = 3 m + (2 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$) · 4 s – 2 m = 9 m, *2 pont*

$d_{AC} = x_C - x_A$ = 4 m + (3 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$) · 4 s – 2 m = 14 m, *2 pont*

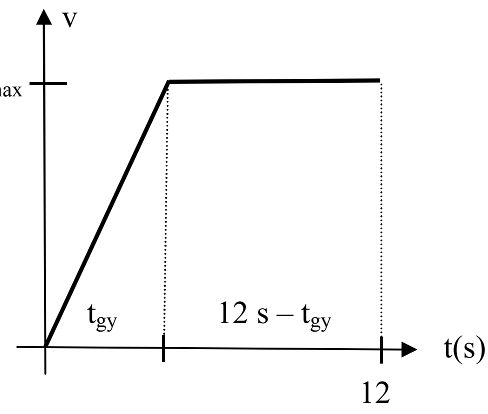
$d_{BC} = x_C - x_B$ = 4 m + (3 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$) · 4 s – (3 m + 2 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ · 4 s) =16 m – 11 m= 5 m. *2 pont*

3.

$s = 100$ m
$v_0 = 0$
$a = 2{,}5$ m/s^2
$t = 12$ s

---

a) $s_{gy} = ?$
b) $v_{max} = ?$



a) $v_{max} = a \cdot t_{gy}$,

$$s = \frac{a}{2} t_{gy}^2 + a\, t_{gy}(12\text{ s} - t_{gy}).$$ *4 pont*

$$100\text{ m} = 1{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\, t_{gy}^2 + 2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t_{gy}(12\text{ s} - t_{gy}),$$

$$t_{gy}^2 - 24\text{ s}\, t_{gy} + 80\text{ s}^2 = 0\,,$$

$$t_{gy} = \frac{24\text{ s} \pm \sqrt{576\text{ s}^2 - 320\text{ s}^2}}{2} = \begin{cases} \underline{4\text{ s}} \\ 20\text{ s (a feladat feltételeinek nem felel meg)} \end{cases}$$ *4 pont*

$$s_{gy} = \frac{a}{2} t_{gy}^2 = 1{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}(4\text{ s})^2 = \underline{\underline{20\text{ m}}}.$$ *2 pont*

b) $$v_{max} = a \cdot t_{gy} = 2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4\text{ s} = \underline{\underline{10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}.$$ *5 pont*

Megjegyzés:
A $y = t_{gy}^2 - 24\text{ s}\, t_{gy} + 80\text{ s}^2$ függvény egyik zérushelye próbálkozással is megtalálható:

t_{gy}	0	1	2	3	4	5
y	80	57	36	17	0	–15

4.

$h_0 = 1$ m
$\mu = 0$
$\alpha = 45°$
$d = 1{,}5$ m
$v_2 = v_1 - 0{,}1 v_1 = 0{,}9 v_1$
$h = 0{,}81$ m
$g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

---

a) $D = ?$
b) $v = ?$

a) A lejtőn végzett mozgás d_1 vízszintes elmozdulása geometriai okok miatt

$$d_1 = h_0\,.$$ *1 pont*

A test sebessége a lejtőn akkora, mintha h_0 magasságból szabadon esett volna ($\mu = 0$!):

$$v_1 = \sqrt{2gh_0} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1\text{ m}} = 4{,}43\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$ *2 pont*

A d távolság befutása utáni sebesség:

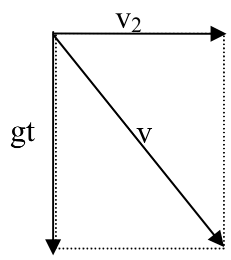
$$v_2 = 0{,}9 v_1 = 0{,}9 \cdot 4{,}43\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3{,}987\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$ *2 pont*

A test a talajra való érkezésének t ideje annyi, mintha h magasságból szabadon esett volna:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}81\text{m}}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0{,}406\text{ s}.$$ *2 pont*

A vízszintes elmozdulás ennyi idő alatt:

$$d_2 = v_2 \cdot t = 3{,}987\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}406\ \text{s} = 1{,}619\ \text{m}.$$ *2 pont*



A teljes vízszintes elmozdulás:

$$D = d_1 + d + d_2 = 1\ \text{m} + 1{,}5\ \text{m} + 1{,}619\ \text{m} = \underline{\underline{4{,}12\ \text{m}}}\ .$$ *1 pont*

b) A test sebessége a talajra érkezéskor az ábra alapján:

$$v = \sqrt{v_2^2 + (gt)^2} = \sqrt{(3{,}987\ \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 + (9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}406\ \text{s})^2} = \underline{\underline{5{,}64\ \text{s}}}\ .$$ *5 pont*

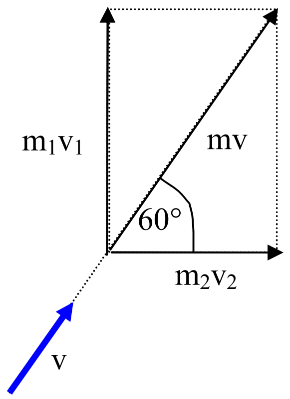
5.

$v = 50\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$m_2 = 3m_1$

$v_1 = ?$

$v_2 = ?$



Az ábra alapján (felhasználva a szabályos háromszöget):

$$m_2 v_2 = \frac{mv}{2} = \frac{(m_1 + m_2)v}{2},$$

$$3m_1\, v_2 = \frac{(m_1 + 3m_1)v}{2},$$

$$3\, v_2 = 2\, v\,,$$

$$v_2 = \frac{2}{3} v = \frac{2}{3} \cdot 50\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{33{,}3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}\ .$$ *8 pont*

$$m_1 v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} mv = \frac{\sqrt{3}}{2}(m_1 + m_2)v = \frac{\sqrt{3}}{2}\ (m_1 + 3m_1)v,$$

$$v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4 \cdot\ v = 2 \cdot \sqrt{3}\ v = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 50\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{173{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}\ .$$ *7 pont*

6.

m = 1,7 kg

$\alpha = 30°$

D = 310 N/m

Δx = 0,31 m

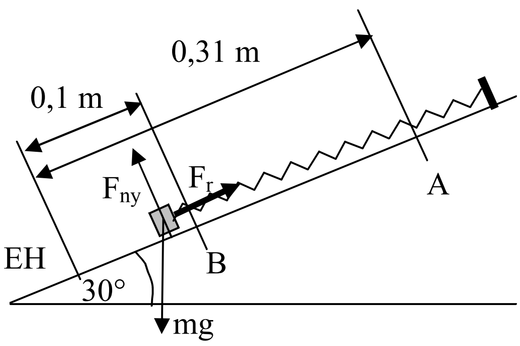
$\mu = 0$

$g = 9{,}81$ m/s^2

---

a) v = ?, ha Δx_1 = 0,1 m

b) $E_{\text{rugó}}$ = ?



a) Az egyensúlyi helyzetben (EH) a rugó megnyúlása:

$$F_r = D\Delta x_0 = mg\sin\alpha \quad\Rightarrow \Delta x_0 = \frac{mg\sin\alpha}{D} = \frac{1{,}7\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\sin 30°}{310\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}} = 0{,}027\ \mathrm{m}\ .$$ *2 pont*

A rugó összenyomódása a rezgés kiinduló helyzetében (*A* pont):

$\Delta l = \Delta x - \Delta x_0 = 0{,}31\ \mathrm{m} - 0{,}027\ \mathrm{m} = 0{,}283\ \mathrm{m}$. *1 pont*

A sebességet kérdező helyzetben (*B* pont) a rugó összenyomódása

$\Delta l_1 = = \Delta x_1 - \Delta x_0 = 0{,}1\ \mathrm{m} - 0{,}027\ \mathrm{m} = 0{,}073\ \mathrm{m}$. *1 pont*

A test függőleges helyzetének megváltozása az *A* és *B* pont között:

$\Delta h = (\Delta x - \Delta x_1)\sin 30° = (0{,}31\ \mathrm{m} - 0{,}1\ \mathrm{m})\cdot 0{,}5 = 0{,}105\ \mathrm{m}$. *1 pont*

Az energiatételt felírjuk a kiinduló (*A*) pont és a kérdezett (*B*) pont között:

$$\frac{1}{2}D(\Delta l)^2 = \frac{1}{2}D(\Delta l_1)^2 - mg\Delta h + \frac{1}{2}mv^2,$$ *5 pont*

$$v = \sqrt{\frac{D}{m}\left[(\Delta l)^2 - (\Delta l_1)^2\right] + 2g\Delta h}\ ,$$

$$v = \sqrt{\frac{310\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}{1{,}7\ \mathrm{kg}}\left[(0{,}283\ \mathrm{m})^2 - (0{,}073\ \mathrm{m})^2\right] + 2\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0{,}105\ \mathrm{m}} = \underline{\underline{3{,}96\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}\ .$$ *2 pont*

b) A rugó energiája az *A* pontban:

$$E_A = \frac{1}{2}D(\Delta l)^2 = \frac{1}{2}\cdot 310\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\cdot(0{,}283\ \mathrm{m})^2 = \underline{\underline{12{,}41\ \mathrm{J}}}\ .$$ *3 pont*

7.

$r = 1738$ km
$D = 12\,758$ km
$R = D/2 = 6379$ km
$\rho_H = 0{,}6\rho_F$
$g_F = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$
$f = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$

---

a) $m_H = ?$
b) $g_H = ?$

a) A Holdat és a Földet homogén gömbnek tekintve:

$$m_H = \frac{4\pi}{3}r^3\cdot\rho_H = \frac{4\pi}{3}r^3\cdot 0{,}6\rho_F\ ,$$

$$m_F = \frac{4\pi}{3}R^3\cdot\rho_F\ .$$

A két tömeg hányadosát véve:

$$\frac{m_H}{m_F} = \frac{r^3}{R^3}0{,}6 = \frac{(1738\ \mathrm{km})^3}{(6379\ \mathrm{km})^3}\cdot 0{,}6 = 0{,}0121\ .$$

A Föld felszínén a gravitációs gyorsulás értéke a gravitációs törvény alapján:

$$g_F = f\,\frac{m_F}{R^2}\ ,$$

$$m_F = \frac{g_F R^2}{f} = \frac{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot(6379\cdot 10^3\ \mathrm{m})^2}{6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}} = 5{,}985\cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}\ ,$$

$$m_H = 0{,}0121 m_F = 0{,}0121\cdot 5{,}985\cdot 10^{24}\ \mathrm{kg} = \underline{\underline{7{,}24\cdot 10^{22}\ \mathrm{kg}}}\ .$$ *8 pont*

b) A Hold felszínén a gravitációs gyorsulás értéke a gravitációs törvény alapján:

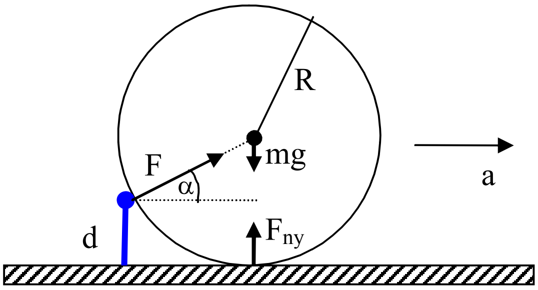
$$g_H = f\frac{m_H}{r^2} = \frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}\cdot 7{,}24\cdot 10^{22}\,\text{kg}}{(1738\cdot 10^3\,\text{m})^2} = \underline{\underline{1{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}.$$ *7 pont*

8.

m = 2 kg
R = 0,15 m
α =28,28 m/s^2
g = 9,81 m/s^2

a) d = ?
b) F = ?

a) A hengerre ható erőket az ábrán tüntettük fel:



A henger éppen felemelkedik a deszkáról, ha F_{ny} = 0. *2 pont*
Ekkor fennáll, hogy

$F \sin\alpha = mg$

$F \cos\alpha = ma$ (A henger vízszintes irányban gyorsul) *2 pont*

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{g}{a},\ \text{tg}\,\alpha = \frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{28{,}28\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow \alpha = 19{,}13°.$$ *2 pont*

Az ábra alapján

$\sin\alpha = \frac{R-d}{R}$, ahonnan $d = R\,(1 - \sin\alpha)$ = 15 cm (1 – sin 19,13°) = $\underline{\underline{10{,}08\text{ cm}}}$. *4 pont*

b) Mivel $F \sin\alpha = mg$, így $F = \frac{mg}{\sin\alpha} = \frac{2\text{ kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\sin 19{,}13°} = \underline{\underline{59{,}87\text{ N}}}$. *5 pont*

Megjegyzés:
A feladat szögfüggvények alkalmazása nélkül is megoldható, hasonló háromszögek felhasználásával:

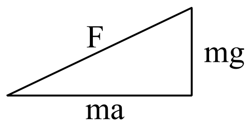
$$F = m\sqrt{a^2+g^2} = 2\text{ kg}\cdot\sqrt{28{,}28^2+9{,}81^2}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{59{,}87\text{ N}}}.$$ *5 pont*

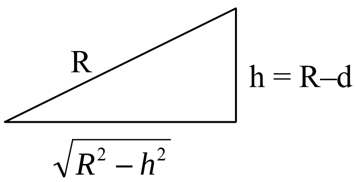
$$\frac{mg}{F} = \frac{h}{R},\ \text{ahol } h = R - d.$$ *5 pont*

$$h = R\cdot\frac{mg}{F} = 15\text{ cm}\cdot\frac{2\text{ kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{59{,}87\text{ N}},$$

h= 4,9 cm . *3 pont*

Így $d = R - h = \underline{\underline{10{,}09\text{ cm}}}$. *2 pont*





9.

$V_A = V_B = 0{,}4\ \text{m}^3$
$V_C = 0{,}2\ \text{m}^3$
$p_B = p_A = 4\cdot10^5\ \text{Pa}$

a) $Q_{ABC} = ?$
b) $\Delta E_b = ?$

a) Mivel az *AC* görbe izoterma, $T_A = T_C$. Emiatt

$$p_A\cdot V_A = p_C\cdot V_C\ .$$

Ebből

$$p_A = \frac{p_C V_C}{V_A} = \frac{4\cdot10^5\ \text{Pa}\cdot 0{,}2\ \text{m}^3}{0{,}4\ \text{m}^3} = 2\cdot10^5\ \text{Pa}\ .$$

A $B \rightarrow C$ folyamat izobár folyamat, így

$$\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_C}{T_C}\text{, ahonnan } T_C = \frac{V_C}{V_B}T_B = \frac{0{,}2\ \text{m}^3}{0{,}4\ \text{m}^3}\cdot T_B = \frac{T_B}{2}\ .$$ *2 pont*

Az $A \rightarrow B$ folyamat izochor folyamat, így

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B}\text{, ahonnan } T_B = \frac{p_B}{p_A}T_A = \frac{4\cdot10^5\ \text{Pa}}{2\cdot10^5\ \text{Pa}}\cdot T_A = 2T_A \quad \text{és így } T_C = T_A\ .$$ *2 pont*

$$Q_{AB} = \frac{f}{2}Nk\,(T_B - T_A) = \frac{f}{2}Nk\,(2T_A - T_A) = \frac{f}{2}NkT_A\ ,$$ *2 pont*

$$Q_{BC} = \frac{f+2}{2}Nk(T_C - T_B) = \frac{f+2}{2}Nk\,(T_A - 2T_A) = -\frac{f+2}{2}NkT_A\ ,$$ *2 pont*

$$Q_{ABC} = Q_{AB} + Q_{BC} = \frac{f}{2}NkT_A - \frac{f+2}{2}NkT_A = \frac{f-f-2}{2}NkT_A = -NkT_A\ .$$ *2 pont*

Az állapotegyenlet alapján

$$p_A V_A = NkT_A\text{, így}$$

$Q_{ABC} = -NkT_A = -p_A V_A = -2\cdot10^5\ \text{Pa}\cdot 0{,}4\ \text{m}^3 = \underline{\underline{-8\cdot10^4\ \text{J}}}$, azaz a gáz <u>hőt ad le</u>. *2 pont*

b) Mivel $T_A = T_C$, így a belső energia megváltozása a teljes folyamatban $\underline{\underline{\Delta E_b = 0}}$. *3 pont*

Másik megoldás:

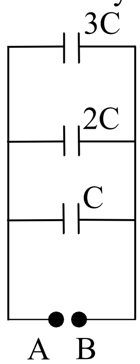
a) A belső energia megváltozása a folyamatban $\Delta E_b = 0$, mert $T_A = T_C$. *3 pont*
Másrészt $\Delta E_b = Q_{ABC} + W_{ABC}$, azaz $Q_{ABC} = -W_{ABC}$. *3 pont*
$W_{AB} = 0$, mert $\Delta V = V_B - V_A = 0$. *3 pont*
$W_{BC} = -p_B\,\Delta V = -4\cdot10^5\ \text{Pa}\ (0{,}2\ \text{m}^3 - 0{,}4\ \text{m}^3) = 8\cdot10^4\ \text{J}$. *3 pont*
Így $Q_{ABC} = -W_{ABC} = \underline{\underline{-8\cdot10^4\ \text{J}}}$. *3 pont*

10.

$C = 2\ \mu\text{F}$
$U_{AB} = 12\ \text{V}$

a) $C_{AB} = ?$
b) $Q_C = ?$, $Q_{2C} = ?$, $Q_{3C} = ?$

a) A kapcsolás könnyen átrajzolható:



3 pont

A három kondenzátor párhuzamos kapcsolásban van, az eredő kapacitás:

$$C_{AB} = 3C + 2C + C = 6C = 6\cdot2\ \mu\text{F} = \underline{\underline{12\ \mu\text{F}}}\ .$$ *3 pont*

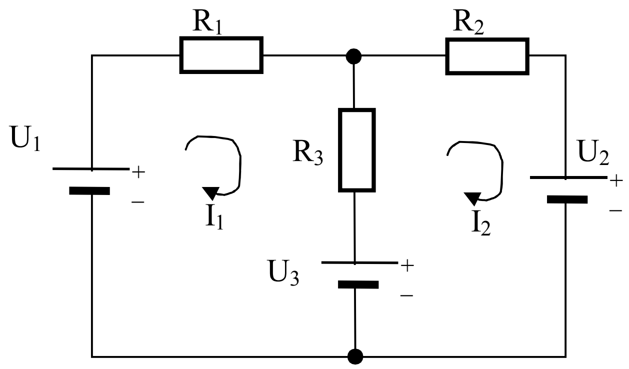
b) $Q_C = C\cdot U_{AB} = 2\ \mu\text{F}\cdot 12\ \text{V} = \underline{\underline{24\ \mu\text{C}}}$, *3 pont*
$Q_{2C} = 2C\cdot U_{AB} = 2\cdot2\ \mu\text{F}\cdot 12\ \text{V} = \underline{\underline{48\ \mu\text{C}}}$, *3 pont*
$Q_{3C} = 3C\cdot U_{AB} = 3\cdot2\ \mu\text{F}\cdot 12\ \text{V} = \underline{\underline{72\ \mu\text{C}}}$. *3 pont*

11.

$R_1 = 5\ \Omega$
$R_2 = 10\ \Omega$
$R_3 = 10\ \Omega$
$U_1 = 10$ V
$U_2 = 15$ V
$U_3 = 10$ V

---

a) U_{R1} = ?
b) potenciálesés iránya?
c) I_2 = ?



Kirchhoff II. törvényét alkalmazva:

$$I_1 R_1 + I_1 R_3 - I_2 R_3 = U_1 - U_3$$
$$I_2 R_2 + I_2 R_3 - I_1 R_3 = -U_2 + U_3$$

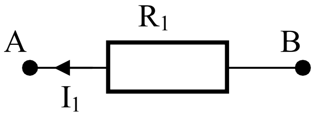
$$5 I_1 + 10 I_1 - 10 I_2 = 10 - 10$$
$$10 I_2 + 10 I_2 - 10 I_1 = -15 + 10$$

$$15 I_1 - 10 I_2 = 0$$
$$-10 I_1 + 20 I_2 = -5$$

$$I_2 = 1{,}5\, I_1$$
$$-10 I_1 + 30 I_1 = -5$$
$$20 I_1 = -5$$
$$I_1 = -0{,}25 \text{ A}, \qquad I_2 = 1{,}5\, I_1 = -0{,}375 \text{ A}.$$ *6 pont*

a) Az R_1 ellenálláson eső feszültség: $U_{R1} = |I_1|\, R_1 = 0{,}25\ \text{A} \cdot 5\ \Omega = 1{,}25$ V . *3 pont*

b)



Az ábrán feltüntetett tényleges áramirány alapján a *B* pont potenciálja nagyobb. *3 pont*

c) Az U_2 feszültségű telepen átfolyó áram nagysága $|I_2| = 0{,}375$ A . *3 pont*

12.

$A = 2\ \text{mm}^2$
$I = 20$ A
$l = 20$ cm = 0,2 m
$\alpha = 90°$
$F = 0{,}1$ N
$\rho = 0{,}017\ \dfrac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}}$

---

a) E =?
b) B = ?

a) A huzal ellenállása $R = \rho \dfrac{l}{A}$, a rajta eső feszültség $U = IR$, így

$$U = I \cdot \rho \frac{l}{A}.$$ *4 pont*

Az elektromos térerősség a huzalban $E = \dfrac{U}{l} = \dfrac{I\rho \frac{l}{A}}{l} = \dfrac{I\rho}{A}$, *2 pont*

azaz

$$E = \frac{20\ \text{A} \cdot 0{,}017\ \dfrac{\Omega\,\text{mm}^2}{\text{m}}}{2\ \text{mm}^2} = \underline{\underline{0{,}17\ \frac{\text{V}}{\text{m}}}}.$$ *2 pont*

b) A huzalra ható mágneses erő $F = BIl \sin\alpha$, innen

$$B = \frac{F}{Il\sin\alpha} = \frac{0{,}1\,\mathrm{N}}{20\ \mathrm{A}\cdot 0{,}2\ \mathrm{m}\cdot\sin 90°} = 0{,}025\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}} = 2{,}5\cdot 10^{-2}\ \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2} = \underline{\underline{2{,}5\cdot 10^{-2}\ \mathrm{T}}}\,.$$ *7 pont*

13.

$m = 2$ kg
$\mu = 0$
$y = \frac{\sqrt{3}}{2}A_1$
$v_2 = 3v_1$
$\omega = 5$ Hz

---

a) $A_1 = ?$ ha $A_2 = 6$ cm
b) $E_{1\text{rezg}} = ?$, $E_{2\text{rezg}} = ?$

a) A harmonikus rezgőmozgás kitérésére és sebességére fennáll, hogy

$\frac{\sqrt{3}}{2}A_1 = y = A_1 \sin\omega t$, $v_1 = A_1\omega\cos\omega t$. Így $\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\omega t$,

$\omega t = \frac{\pi}{3}$. Emiatt $v_1 = A_1\omega\cos\frac{\pi}{3} = A_1\omega\,\frac{1}{2}$. Tehát

$v_2 = 3v_1 = \frac{3}{2}A_1\omega.$ *3 pont*

A rezgési energia megváltozik, így

$$\frac{1}{2}Dy^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}DA_2^2,$$

$$\frac{1}{2}m\omega^2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}A_1\right)^2 + \frac{1}{2}m\left(A_1\omega\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A_2^2,$$

$$\frac{3}{4}A_1^2 + \frac{9}{4}A_1^2 = A_2^2 \Rightarrow 3A_1^2 = A_2^2 \Rightarrow A_1 = \frac{A_2}{\sqrt{3}} = \frac{6\ \mathrm{cm}}{\sqrt{3}} = \underline{\underline{3{,}46\ \mathrm{cm}}}\,.$$ *6 pont*

b) A rezgési energiák:

$$E_2 = \frac{1}{2}DA_2^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A_2^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\ \mathrm{kg}\cdot\left(5\ \frac{1}{\mathrm{s}}\right)^2\cdot(6\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m})^2 = \underline{\underline{0{,}09\ \mathrm{J}}}\,,$$ *3 pont*

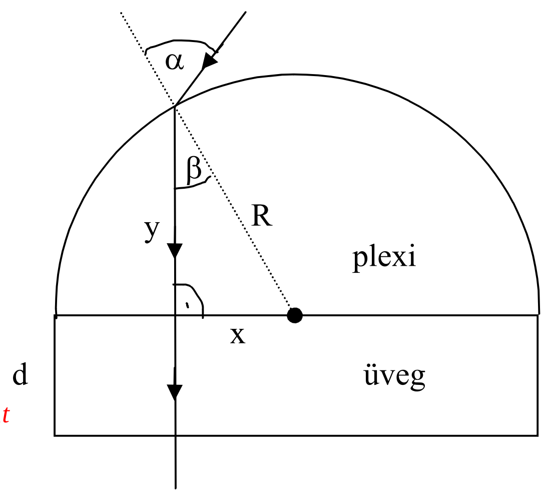
$$E_1 = \frac{1}{2}DA_1^2 = \frac{1}{2}m\omega^2\left(\frac{A_2}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{E_1}{3} = \underline{\underline{0{,}03\ \mathrm{J}}}\,.$$ *3 pont*

14.

$d = 5$ cm
$R = 10$ cm
$n_ü = 1{,}5$
$\alpha = 60°$
$x = 5$ cm
$c = 3\cdot 10^5$ km/s

---

a) $n_p = ?$
b) $t_ö = ?$



a) Az ábra alapján

$\sin\beta = \frac{x}{R} = \frac{5\,\mathrm{cm}}{10\,\mathrm{cm}} = 0{,}5$, így $\beta = 30°$. *4 pont*

A törési törvény felhasználásával:

$$n_p = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin 60°}{\sin 30°} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} = \underline{\underline{1{,}732}}\,.$$ *4 pont*

b) A fény a plexiben $y = R \cos \beta = 10\ \text{cm} \cdot \cos 30° = 8{,}66\ \text{cm} = 8{,}66 \cdot 10^{-2}$ m utat tesz meg. *1 pont*

A fény sebessége a plexiben:

$$c_p = \frac{c}{n_p} = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}732} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1{,}732 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A haladás ideje a plexiben:

$$t_\text{p} = \frac{y}{c_p} = \frac{8{,}66 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{1{,}732 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5 \cdot 10^{-10}\ \text{s}.$$ *2 pont*

A fény sebessége üvegben:

$$c_ü = \frac{c}{n_ü} = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}5} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A haladás ideje az üvegben:

$$t_ü = \frac{d}{c_ü} = \frac{5 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{2 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2{,}5 \cdot 10^{-10}\ \text{s}.$$ *2 pont*

A fény teljes áthaladási ideje:

$$t_ö = t_p + t_ü = 5 \cdot 10^{-10}\ \text{s} + 2{,}5 \cdot 10^{-10}\ \text{s} = \underline{\underline{7{,}5 \cdot 10^{-10}\ \text{s}}}.$$ *2 pont*