2006/2007. tanév

Szakács Jenő Megyei Fizika Verseny
II. forduló

2007. február 1.

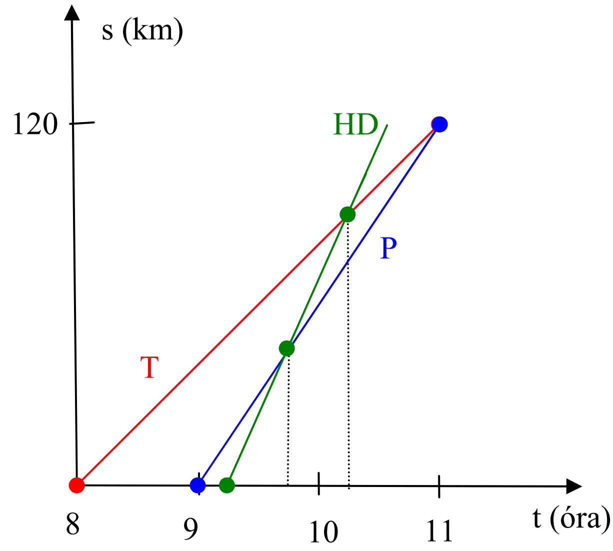
MEGOLDÁSOK

1.
d = 120 km
időpontok:
t_T = 8 óra
t_P = 9 óra
t_{HD} = 9 óra 15 perc
találkozási időpontok:
t_2 = 9 óra 45 perc
t_1 = 10 óra 15 perc

---

a) t = ?
b) d_T = ?
c) v_T = ?, v_P = ?, v_{HD} = ?

a)



A Trabant az ütközésig Δt ideig mozgott. A Trabant által megtett út a szerencsétlenség helyszínéig:

$$d = v_T \cdot \Delta t\ .$$

Mivel a Panda 1 órával rövidebb ideig mozgott, az általa megtett út a szerencsétlenség helyszínéig:

$$d = v_P \cdot (\Delta t - 1)\ .$$

A motoros és a Trabant találkozásáig megtett utak:

$$x = v_{HD} \cdot 1 \text{ óra} = v_T \cdot 2\frac{1}{4} \text{ óra}\ .$$

A motoros és a Panda találkozásáig megtett utak:

$$y = v_{HD} \cdot \frac{1}{2} \text{ óra} = v_P \cdot \frac{3}{4} \text{ óra.}$$

Így három egyenletünk lesz:

$$v_T \cdot \Delta t = v_P \cdot (\Delta t - 1)$$

$$v_{HD} \cdot \frac{4}{4} = v_T \cdot \frac{9}{4} \Rightarrow v_T = \frac{4}{9} v_{HD}\ ,$$

$$v_{HD} \cdot \frac{2}{4} = v_P \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow v_P = \frac{2}{3} v_{HD}\ .$$

$$\frac{4}{9} v_{HD} \cdot \Delta t = \frac{2}{3} v_{HD} \cdot (\Delta t - 1)\ ,$$

$$\frac{2}{3} \Delta t = \Delta t - 1 \Rightarrow \underline{\Delta t = 3 \text{ óra}}\ .$$ *9 pont*

Az ütközés tehát t = 8 óra + 3 óra időpontban, azaz 11 órakor következett be. *1 pont*

c) Az egyes járművek sebességei:

$$v_T = \frac{120\,\text{km}}{3\,\text{h}} = \underline{\underline{40\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}}\ ,$$ *1 pont*

$$v_P = \frac{120\,\text{km}}{2\,\text{h}} = \underline{\underline{60\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}}\ ,$$ *1 pont*

$$v_{HD} = \frac{3}{2} v_P = \underline{\underline{90\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}}\ .$$ *1 pont*

b) Mivel $x = v_{HD} \cdot 1$ óra = 90 km, így a motoros és a Trabant találkozása a szerencsétlenség helyétől 30 km-re következett be. *2 pont*

2.

Az adatok a táblázatban találhatók

a) grafikon: $t \rightarrow v$

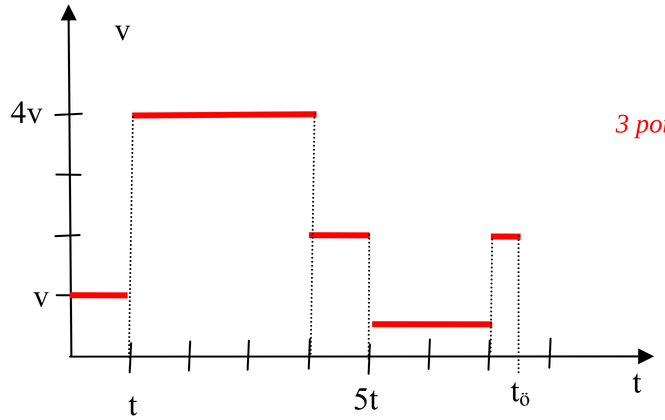
b) $s_ö = ?$

c) $t' = ?$, ha $s' = 7tv$

d) $t'' = ?$, ha $s'' = \frac{s_ö}{2}$

e) $v_{átl} = ?$

a)



3 pont

b) $s_ö = vt + 4v{\cdot}3t + 2v{\cdot}t + \frac{v}{2}{\cdot}2t + 2v{\cdot}\frac{t}{2} = vt\,(1 + 12 + 2 + 1 + 1\,) = \underline{\underline{17\,vt}}$. *3 pont*

c) $s' = 7tv = v{\cdot}t + 4v{\cdot}t^*$

$$t^* = \frac{6tv}{4v} = 1{,}5t,\ \text{így}\ \ t' = t + 1{,}5t = \underline{\underline{2{,}5t.}}$$ *3 pont*

d) $\frac{s_ö}{2} = \frac{17}{2}vt$, így

$$\frac{17}{2}vt = vt + 4v{\cdot}t^{**}\ \ \text{, azaz}$$

$$t^{**} = \frac{7{,}5vt}{4v} = 1{,}875t,\ \text{így}\ \ t'' = t + 1{,}875t = \underline{\underline{2{,}875t.}}$$ *3 pont*

e) $v_{átl} = \frac{s_ö}{t_ö} = \frac{17vt}{7{,}5t} = \underline{\underline{2{,}2\dot{6}v}}$ *3 pont*

3.

$m = 1{,}5$ kg

$s_1 = \frac{K}{32} = \frac{2R\pi}{32} = \frac{R\pi}{16}$

$E_1 = 6{,}75$ J

$v_2 = 12\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$s_3 = K = 2R\pi$

$s_4 = 1{,}5K$

$R = 2$ m

a) $\Delta s = s_2 - s_1 = ?$

b) $v_3 = ?$

c) $\Sigma F = ?$

a) Mivel $s_1 = \frac{v_1 t_1}{2}$ és $E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$,

$$\text{így } v_1 = \sqrt{\frac{2E_1}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}75\text{ J}}{1{,}5\text{ kg}}} = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$ *2 pont*

Hasonlóan $s_2 = \frac{v_2 t_2}{2}$, és $\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2}$, azaz $t_2 = \frac{v_2}{v_1}t_1 = \frac{12\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}\cdot t_1 = 4\cdot t_1$,

azaz

$$s_2 = \frac{v_2 4t_1}{2} = \frac{v_2\cdot 4\cdot\frac{2s_1}{v_1}}{2} = 4\frac{v_2}{v_1}\cdot s_1 = 4\cdot\frac{12\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}\cdot\frac{K}{32} = \frac{K}{2}\ \text{(a kerület fele).}$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \frac{K}{2} - \frac{K}{32} = \frac{15}{32}K = \underline{\underline{\frac{15}{16}R\pi}}.$$ *5 pont*

b) $s_3 = K$, $\quad s_3 = \frac{v_3 t_3}{2}$, $\quad \frac{v_1}{t_1} = \frac{v_3}{t_3}$, azaz $t_3 = \frac{v_3}{v_1}t_1$.

$K = s_3 = \dfrac{v_3 \cdot \frac{v_3}{v_1} t_1}{2}$. Mivel $s_1 = \dfrac{v_1 t_1}{2}$, így $t_1 = \dfrac{2s_1}{v_1}$,

$K = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{v_3^2}{v_1} \cdot \dfrac{2s_1}{v_1} = \dfrac{v_3^2}{v_1^2} \cdot \dfrac{K}{32}$, ahonnan

$v_3 = \sqrt{32 v_1^2} = v_1 \cdot \sqrt{32} = 3\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sqrt{32} = \underline{\underline{16{,}97\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}}} \approx \underline{\underline{17\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}}}$. *4 pont*

c) Amikor a test már több utat tett meg, mint a kerület, mozgása egyenletes körmozgás v_3 sebességgel. Így

$\Sigma F = m\ \dfrac{v_3^2}{R} = 1{,}5\ \text{kg} \cdot \dfrac{(16{,}97\ \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2\ \text{m}} = \underline{\underline{216\ \text{N}}}$. *4 pont*

Másik megoldás az a) és b) kérdésre a munkatétel alapján:

a) A gyorsuló körmozgás közben F érintő irányú gyorsító erő hat a testre, azaz

$$E_1 = F \cdot s_1 = \frac{1}{2} m v_1^2, \text{ és } E_2 = F \cdot s_2 = \frac{1}{2} m v_2^2.$$

A két energia hányadosát véve: $\dfrac{s_2}{s_1} = \dfrac{E_2}{E_1}$, ahonnan

$$s_2 = \frac{E_2}{E_1} \cdot s_1 = \frac{\frac{1}{2} m v_2^2}{E_1} \cdot s_1 = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1{,}5\ \text{kg} \cdot (12\ \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{6{,}75\ \text{J}} \cdot \frac{K}{32} = \frac{K}{2}.$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \frac{K}{2} - \frac{K}{32} = \frac{15}{32} K = \underline{\underline{\frac{15}{16} R\pi}}.$$ *7 pont*

b) Hasonló gondolatmenettel

$$E_3 = F \cdot s_3 = \frac{1}{2} m v_3^2, \quad \text{és} \quad E_1 = F \cdot s_1 = \frac{1}{2} m v_1^2.$$

A két energia hányadosát véve: $\dfrac{s_3}{s_1} = \dfrac{E_3}{E_1} = \dfrac{\frac{1}{2} m v_3^2}{E_1}$, ahonnan

$$v_3 = \sqrt{\frac{2 s_3}{s_1} \cdot \frac{E_1}{m}} = \sqrt{\frac{2K}{\frac{K}{32}} \cdot \frac{6{,}75\ \text{J}}{1{,}5\ \text{kg}}} = \underline{\underline{16{,}97\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \underline{\underline{\approx 17\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}.$$ *4 pont*

4.

$m = 2$ kg

$v_0 = 7\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

$s = 6$ m

$|a| = 1{,}962\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$s' = \dfrac{s}{2} = 3$ m

$t_{össz} = 3$ s

---

a) $v_{átl} = \dfrac{s_{össz}}{t_{össz}} = \dfrac{s + s'}{t_{össz}} = \dfrac{6\,\text{m} + 3\,\text{m}}{3\ \text{s}} = \underline{\underline{3\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}}}$. *3 pont*

b) Legyen v_1 az a sebesség, amellyel a test a falnak ütközik. A mozgás első szakaszára fennáll, hogy

$s = \dfrac{v_0 + v_1}{2} t_1$, és $|a| = \dfrac{v_0 - v_1}{t_1}$, így

$s = \dfrac{v_0 + v_1}{2} \cdot \dfrac{v_0 - v_1}{|a|} = \dfrac{v_0^2 - v_1^2}{2|a|}$.

a) $v_{átl} = ?$
b) $F_{átl} = ?$

Így $v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2|a|s} = \sqrt{49\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 2\cdot 1{,}962\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 6\,\text{m}} = \underline{\underline{5{,}045\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}}$, *3 pont*

$$t_1 = \frac{v_0 - v_1}{|a|} = \frac{7\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 5{,}045\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}962\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \underline{\underline{0{,}996\ \text{s}}}\,.$$ *1 pont*

Legyen v_2 az a sebesség, amellyel a test a fallal való ütközés után visszaindul. A mozgás második szakaszára fennáll, hogy

$$s' = \frac{v_2 + 0}{2}t_2,\quad \text{és}\quad |a| = \frac{v_2}{t_2},\quad \text{így}$$

$$s' = \frac{v_2}{2}\cdot\frac{v_2}{|a|} = \frac{v_2^2}{2|a|}\,.$$

Tehát $v_2 = \sqrt{2|a|\cdot s} = \sqrt{2\cdot 1{,}962\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 3\,\text{m}} = \underline{\underline{3{,}431\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}}$, *2 pont*

v_2 iránya ellentétes v_1 irányával.

$$t_2 = \frac{v_2}{|a|} = \frac{3{,}431\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}962\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \underline{\underline{1{,}749\ \text{s}}}\,.$$ *1 pont*

A fallal való ütközés ezek szerint

$\Delta t = t_{össz} - (t_1 + t_2) = 3\ \text{s} - (0{,}996\ \text{s} + 1{,}749\ \text{s}) = \underline{0{,}255\ \text{s}}$ alatt zajlott le. *1 pont*

Az átlagos erő :

$$|F_{átl}| = \frac{m|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{m|-v_2 - v_1|}{\Delta t} = \frac{2\,\text{kg}\cdot\left|-3{,}421\frac{\text{m}}{\text{s}} - 5{,}045\frac{\text{m}}{\text{s}}\right|}{0{,}255\,\text{s}} = \underline{\underline{66{,}48\ \text{N.}}}$$ *4 pont*

5.

$V = 18\ \text{cm}^3$
$L = 600\ \text{mm} = 60\ \text{cm}$
$A = 3\ \text{mm}^2 = 3\cdot 10^{-2}\ \text{cm}^2$
$T_1 = 20\ °\text{C}$
$T_2 = 80\ °\text{C}$, $L_2 = 60\ \text{cm}$
$T_3 = 0\ °\text{C}$
$\beta = 1{,}1\cdot 10^{-3}\ 1/°\text{C}$

---

a) $V_{alk} = ?$
b) $L_3 = ?$

a) A térfogatok felírhatók:
$V_2 = V + L_2\cdot A$,
$V_1 = V + L_1\cdot A = V_{alk}$,
$V_2 = V_1(1 + \beta\Delta T)$, ahol $\Delta T = T_2 - T_1 = 60\ °\text{C}$.
$V + L_2\cdot A = V_{alk}(1 + \beta\Delta T)$,

$$V_{alk} = \frac{V + L_2 A}{1 + \beta\Delta T} = \frac{18\ \text{cm}^3 + 60\ \text{cm}\cdot 3\cdot 10^{-2}\ \text{cm}^2}{1 + 1{,}1\cdot 10^{-3}\,\frac{1}{°\text{C}}\cdot 60\ °\text{C}} = 18{,}57\ \text{cm}^3\ .$$ *8 pont*

$$(L_1 = \frac{V_{alk} - V}{A} = 19\ \text{cm})$$

b) Hasonlóan
$V_1 = V + L_1\cdot A$
$V_3 = V + L_3\cdot A$,

$V_3 = V_1(1 + \beta\Delta T')$, ahol $\Delta T' = T_3 - T_1 = -20$ °C.

$V + L_3 \cdot A = V_{alk}(1 + \beta\Delta T')$,

$$L_3 = \frac{V_{alk}(1+\beta\Delta T')-V}{A} = \frac{18{,}57\ \text{cm}^3[1+1{,}1\cdot10^{-3}\frac{1}{°\text{C}}(-20°\text{C})]-18\ \text{cm}^3}{3\cdot10^{-2}\ \text{cm}^2} = \underline{\underline{5{,}38\ \text{cm}}}.$$ *7 pont*

6.

$A = 0{,}2\ \text{cm}^2$
$r = 1{,}5$ cm
$h = 6$ cm
$T_1 = 10$ °C = 283 K
$\ell_1 = 17$ cm, vízszintes csőhelyzet
$T_2 = 20$ °C= 293 K
$\ell_2 = 13{,}3$ cm, függőleges csőhelyzet
$\rho = 13\ 600\ \text{kg/m}^3$
$g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$

---

a) $p_k = ?$
b) $p_2 =$

a) A gömb térfogata

$$V_g = \frac{4\pi}{3}r^3 = \frac{4\pi}{3}\cdot 1{,}5^3\ \text{cm}^3 = 14{,}137\ \text{cm}^3.$$

A cső vízszintes helyzetében a levegő térfogata

$V_1 = \ell_1 \cdot A + V_g = 17\ \text{cm}\cdot 0{,}2\ \text{cm}^2 + 14{,}137\ \text{cm}^3$,

$V_1 = 17{,}537\ \text{cm}^3$, *1 pont*

nyomása megegyezik a külső levegő nyomásával

$p_1 = p_k$. *2 pont*

A cső függőleges helyzetében a levegő térfogata

$V_2 = V_g + \ell_2 \cdot A = 14{,}137\ \text{cm}^3 + 13{,}3\ \text{cm}\cdot 0{,}2\ \text{cm}^2 = 16{,}797\ \text{cm}^3$, *1 pont*

nyomása

$p_2 = p_k + \rho g h$, ahol

$\rho g h = 13600\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 6\cdot10^{-2}\ \text{m} = 8005$ Pa a higanyoszlop nyomása. *3 pont*

A levegő két állapotára a gáztörvényt felírva:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}, \text{ azaz } \frac{p_kV_1}{T_1} = \frac{(p_k+\rho gh)V_2}{T_2}.$$ *2 pont*

$$p_k\left(\frac{V_1}{T_1} - \frac{V_2}{T_2}\right) = \frac{V_2}{T_2}\rho gh.$$ Innen

$$p_k = \frac{V_2}{T_2}\rho gh \cdot \left(\frac{V_1}{T_1} - \frac{V_2}{T_2}\right)^{-1} = \frac{16{,}797\ \text{cm}^3}{293\ \text{K}}\cdot 8005\ \text{Pa}\cdot\left(\frac{17{,}537\ \text{cm}^3}{283\ \text{K}} - \frac{16{,}797\ \text{cm}^3}{293\ \text{K}}\right)^{-1},$$

$$p_k = \frac{16{,}797\ \text{cm}^3}{293\ \text{K}}\cdot 8005\ \text{Pa}\cdot\frac{1}{0{,}00464}\frac{\text{K}}{\text{cm}^3} = \underline{\underline{9{,}89\cdot10^4\ \text{Pa}}}.$$ *4 pont*

b) $p_2 = p_k + \rho g h = 9{,}89\cdot10^4\ \text{Pa} + 8005\ \text{Pa} = \underline{\underline{10{,}69\cdot10^4\ \text{Pa}}}.$ *2 pont*

7.

$\alpha = 30$ °C
$h = 4$ m
$v_0 = 8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$m = 0{,}5$ kg
$c = 130\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot°\text{C}}$

a) A munkatételt felhasználva:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = mgh - (\mu mg\cos\alpha)\cdot s,$$

ahol $s = \frac{h}{\sin\alpha}$. Ebből

$$v_1 = \sqrt{2gh(1-\mu\,\text{ctg}\,\alpha) + v_0^2}.$$

$\mu = 0{,}1$
$\Delta T = 0{,}4\ °\mathrm{C}$
$g = 9{,}81\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

---

a) $v_1 = ?$
b) $s_2 = ?$

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4\ \mathrm{m} \cdot (1 - \mathrm{ctg}\,30°) + 64\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}} = \underline{\underline{11{,}35\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}.$$ *5 pont*

b) A test felmelegítésére fordított energia:

$$E = Q = cm\Delta T = 130\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot °\mathrm{C}} \cdot 0{,}5\ \mathrm{kg} \cdot 0{,}4\ °\mathrm{C} = 26\ \mathrm{J}.$$ *3 pont*

Az ütközés után megmaradó mozgási energia:

$$E_\mathrm{m} = \frac{1}{2} m v_1^2 - E = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot (11{,}35\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 - 26\ \mathrm{J} = 6{,}21\ \mathrm{J}.$$ *2 pont*

A visszafelé megtett utat a munkatételből számolhatjuk:

$0 - E_\mathrm{m} = -mgh' - (\mu mg \cos\alpha)\, s_2$, ahol $h' = s_2 \sin\alpha$.

$E_\mathrm{m} = mg\, s_2 \sin\alpha - (\mu mg \cos\alpha)\, s_2$, így

$$s_2 = \frac{E_m}{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{6{,}21\,\mathrm{J}}{0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}(\sin 30° + 0{,}1 \cos 30°)} = \underline{\underline{2{,}16\ \mathrm{m}}}.$$ *5 pont*

8.

$f = 5$
$n = 0{,}5$ mól
$V_A = 6$ liter $= 6 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$
$p_A = 2 \cdot 10^5$ Pa
$p_B = 3 \cdot 10^5$ Pa
$T_C = 866{,}4$ K

---

a) részfolyamatok?
b) $Q_{\mathrm{le}} = ?$,
c) $|E_b| = \min.$
melyik részfolyamatban?

a) Az egyes folyamatok jellege

I.	$A \to B$	$V =$ áll.	izochor
	$B \to C$	$p =$ áll.	izobar
	$C \to A$	$p \sim V$	nem speciális

1 pont

II.	$A \to D$	$\dfrac{p}{T} =$ áll. $\Rightarrow V =$ áll.	izochor
	$D \to E$	$T =$ áll.	izoterm
	$E \to A$	$p =$ áll.	izobar.

1 pont

b) <u>A hiányzó állapotjelzők meghatározása</u>

A állapot: $p_A V_A = nRT_A$, $T_A = \dfrac{p_A V_A}{nR} = \dfrac{2 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa} \cdot 6 \cdot 10^{-3}\mathrm{m}^3}{0{,}5\,\mathrm{mól} \cdot 8{,}31\ \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{mól} \cdot \mathrm{K}}} = \underline{288{,}8\ \mathrm{K}} = \dfrac{T_C}{3}$.

B állapot: $V_B = V_A$,

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B}, \quad T_B = \frac{p_B}{p_A} T_A = \frac{3}{2} T_A = 433{,}2\ \mathrm{K}.$$

C állapot: $p_C = p_A$,

$$\frac{V_C}{T_C} = \frac{V_B}{T_B}, \quad V_C = \frac{T_C}{T_B} V_B = \frac{3T_A}{\frac{3}{2}T_A} V_A = 2V_A = 12 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3.$$

D állapot: $V_D = V_A = V_B$, és $p_D = p_B$, $\Rightarrow$ $T_D = T_B$ azonos a *B* állapottal,

E állapot: $p_E = p_A$, $T_E = T_D = T_B$,

$$p_E V_E = p_B V_B, \quad V_E = \frac{p_B}{p_E} V_B = \frac{3}{2} V_A = 9 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3.$$

A leadott hőmennyiségek meghatározása

$Q_{AB} = \frac{f+2}{2} nR(T_B - T_A) > 0$ felvett hő, nem kell kiszámolni.

$Q_{BC} = \frac{f}{2} nR(T_C - T_B) > 0$ felvett hő, nem kell kiszámolni.

Q_{CA} az első főtétellel határozható meg: $\Delta E_{CA} = Q_{CA} + W_{CA}$

$$\Delta E_{CA} = \frac{f}{2} nR(T_A - T_C) = \frac{f}{2} nRT_A(1-3)$$

$$\Delta E_{CA} = -fnRT_A = -5p_AV_A = -5 \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = -6000 \text{ J.}$$

$$W_{CA} = \frac{p_A + p_B}{2}(V_C - V_A) = \frac{3+2}{2} \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot (12-6) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 1500 \text{ J.}$$

$Q_{CA} = \Delta E_{CA} - W_{CA} = -6000 \text{ J} - 1500 \text{ J} = -7500 \text{ J.}$

Tehát az *ABCA* körfolyamatban a leadott hő 7500 J. *6 pont*

$Q_{AD} = Q_{AB} > 0$ felvett hő,

Q_{DE} az első főtételből határozható meg: $\Delta E_{DE} = 0$ (mert T= állandó), $Q_{CA} = -W_{CA}$.

A folyamatban a gáz tágul ($V_E > V_A$), tehát $W_{CA} < 0$, így $Q_{CA} > 0$, a gáz hőt vesz fel.

$$Q_{EA} = \frac{f+2}{2} nR(T_A - T_E) = \frac{f+2}{2} nRT_A(1 - \frac{3}{2}) = -\frac{f+2}{4} p_AV_A$$

$$Q_{EA} = -\frac{7}{4} 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = -2100 \text{ J}$$

Tehát az *ADEA* körfolyamatban a leadott hő 2100 J. *4 pont*

c) A részfolyamatok között a *DE* részfolyamatban a belső energia változása nulla, mert a folyamat izoterm (T=állandó). Az összes többi részfolyamatban változik a hőmérséklet, tehát a belsőenergia változása sem lehet nulla. Így a helyes válasz: a *DE* részfolyamatban abszolút értékben a legkisebb a belsőenergia változás, ti. nulla. *3 pont*

9.

$R_1 = 6 \text{ k}\Omega$

$R_2 = 4 \text{ k}\Omega$

$R = 10 \text{ k}\Omega$

$U = 180 \text{ V}$

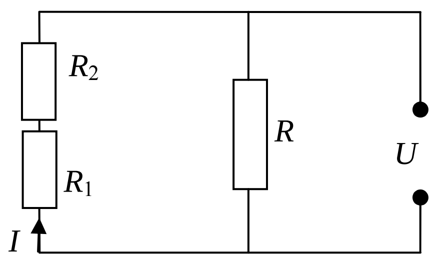
$R' = \frac{R}{2}$

---

a) $U_1 = ?$, $U_2 = ?$ ha K nyitott

b) $U' = ?$, $U'' = ?$ ha K zárt

a) nyitott kapcsolóállásnál a kapcsolás:



Az I áramerősségre fennáll, hogy

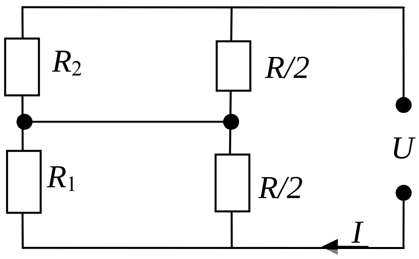
$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{180 \text{ V}}{6 \text{ k}\Omega + 4 \text{ k}\Omega} = 18 \text{ mA}.$$ *1 pont*

A voltmérők a rajtuk eső feszültségeket mutatják, így

$U_1 = I\,R_1 = 18 \text{ mA} \cdot 6 \text{ k}\Omega = 108 \text{ V}$, *2 pont*

$U_2 = I\,R_2 = 18 \text{ mA} \cdot 4 \text{ k}\Omega = 72 \text{ V}$. *2 pont*

b) zárt kapcsolóállásnál a kapcsolás:



1 pont

R_1 és $R/2$ eredője:

$$R' = \frac{R_1 \cdot R/2}{R_1 + R/2} = \frac{6\ \text{k}\Omega \cdot 5\ \text{k}\Omega}{6\ \text{k}\Omega + 5\ \text{k}\Omega} = \frac{30}{11}\ \text{k}\Omega\,.$$ *2 pont*

R_2 és $R/2$ eredője:

$$R'' = \frac{R_2 \cdot R/2}{R_2 + R/2} = \frac{4\,\text{k}\Omega \cdot 5\,\text{k}\Omega}{4\,\text{k}\Omega + 5\ \text{k}\Omega} = \frac{20}{9}\ \text{k}\Omega\,.$$ *2 pont*

A feszültségforráson átmenő áram erőssége:

$$I = \frac{U}{R' + R''} = \frac{180\,\text{V}}{\frac{30}{11}\,\text{k}\Omega + \frac{20}{9}\,\text{k}\Omega} = 36{,}36\ \text{mA}\,.$$ *1 pont*

A voltmérők által mutatott feszültségek:

$$U' = I \cdot R' = 36{,}36\ \text{mA} \cdot \frac{30}{11}\text{k}\Omega = \underline{\underline{99{,}2\ \text{V}}}.$$ *2 pont*

$$U'' = I \cdot R'' = 36{,}36\ \text{mA} \cdot \frac{20}{9}\text{k}\Omega = \underline{\underline{80{,}8\ \text{V}}}.$$ *2 pont*

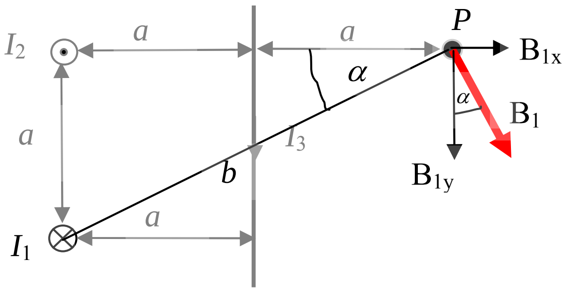
10.

$I_1 = 8$ A
$I_2 = 8$ A
$I_3 = 4$ A
$a = 0{,}1$ m
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

---

a) $B(P) = ?$
b) **B** iránya?

a) A P pontban az egyes áramvezetőktől származó mágneses indukcióvektorok vektori összegét kell venni.
1. vezető:



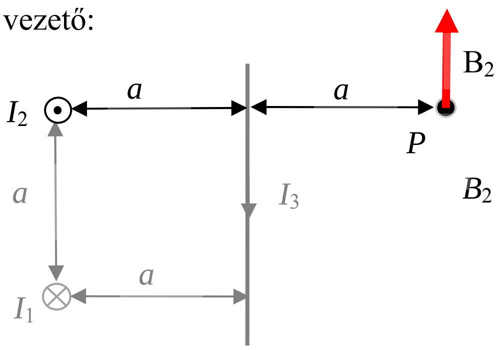
$$b = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{b},$$ *1 pont*

$$B_{1x} = B_1 \sin\alpha = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{b}\frac{a}{b} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{5a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}}{2\pi}\frac{8\,\text{A}}{5 \cdot 0{,}1\,\text{m}} = 3{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{T},$$ *1 pont*

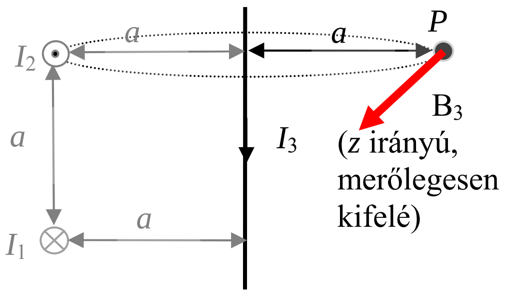
$$B_{1y} = B_1 \cos\alpha = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{b}\frac{2a}{b} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{2I_1}{5a} = 6{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{T}.$$ *1 pont*

2. vezető:



$$B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{2a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}}{2\pi}\frac{8\,\text{A}}{2 \cdot 0{,}1\ \text{m}} = 8 \cdot 10^{-6}\ \text{T}.$$ *2 pont*

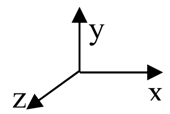
3. vezető:



$$B_3 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_3}{a} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\,\frac{\text{Vs}}{\text{Am}}}{2\pi}\,\frac{4\text{ A}}{0{,}1\text{ m}},$$

$B_3 = 8\cdot 10^{-6}$ T . *2 pont*

Így a P pontban a mágneses indukció vektor x,y,z irányú komponensei:



$B_x = B_{1x} = 3{,}2\cdot 10^{-6}$ T,

$B_y = B_2 - B_{1y} = 8\cdot 10^{-6}\text{ T} - 6{,}4\cdot 10^{-6}\text{ T} = 1{,}6\cdot 10^{-6}$ T,

$B_z = B_3 = 8\cdot 10^{-6}$ T.

A **B** vektor nagysága a P pontban:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} = \sqrt{3{,}2^2 + 1{,}6^2 + 8^2}\cdot 10^{-6}\text{ T} = \underline{\underline{8{,}76\cdot 10^{-6}\text{ T}}}\,.$$ *3 pont*

b) Meghatározhatjuk például a **B** vektornak az xy síkkal bezárt szögét:

$$\sin\varphi = \frac{B_z}{B} = \frac{8}{8{,}76},\qquad \underline{\underline{\varphi = 65{,}96°}}\,.$$ *5 pont*

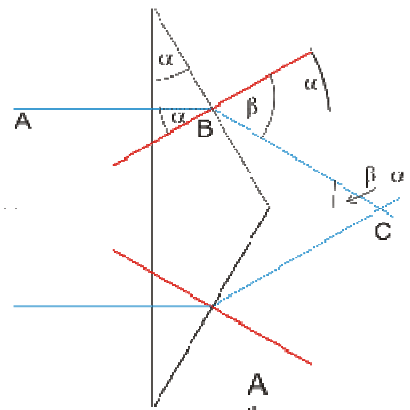
11.

$\alpha = 30°$
$n = 1{,}414$

a) $\delta = ?$
b) $\delta' = ?$

a) A fénysugarak az alaplapon irányváltoztatás nélkül haladnak át. *1 pont*

A rajzból látható (merőleges szárú szögek), hogy a fénysugár a B pontban α szöggel esik be a határoló felületre.



A teljes visszaverődés határszöge: $\sin\alpha_h = \dfrac{1}{n}$,

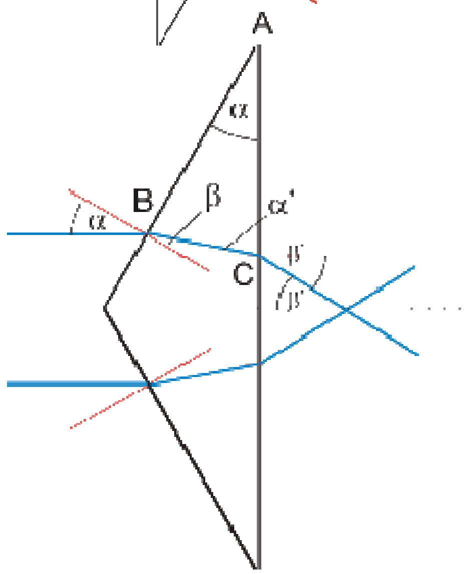
azaz $\alpha_h = 45°$. Mivel $\alpha < \alpha_h$, a fénysugár a B pontban kilép a prizmából. *2 pont*

A kilépés szögére felírható:

$\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{1}{n}$, innen $\underline{\beta = 45°}$. *3 pont*

Az ábrából leolvasható, hogy a fénysugarak a kilépés után

$\delta = 2\,(\beta - \alpha) = 2(45° - 30°) = \underline{\underline{30°}}$ -os szöget zárnak be egymással. *2 pont*



b) Látható, hogy a beesési szög $\alpha = 30°$ *1 pont*

A törési szögre fennáll, hogy

$\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$, ahonnan $\sin\beta = \dfrac{\sin\alpha}{n} = \dfrac{\sin 30°}{1{,}414}$, ahonnan

$\beta = 20{,}71°$. *2 pont*

Az *ABC* háromszög szögeire fennáll

$90° + \alpha' = \alpha + (90° - \beta)$,

$\alpha' = \alpha - \beta = 30° - 20{,}71° = 9{,}29°$. *2 pont*

$\frac{\sin\alpha'}{\sin\beta'} = \frac{1}{n}$, $\sin\beta' = n \cdot \sin\alpha' = 1{,}414 \cdot \sin 9{,}29°$, így

$\beta' = 13{,}2°$.

A fénysugarak egymással bezárt szöge a prizmán való áthaladás után $\delta' = 2\beta' = \underline{\underline{26{,}4°}}$. *2 pont*

12.

$l = 0{,}5$ m

$m = 1$ kg

$\alpha = 45°$

$\beta = 15°$

$g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

---

a) $F = ?$

b) $F_t = ?$

c) $\mu = ?$

a) A rúdra ható erőket az ábra mutatja.

Az egyensúly feltétele: $\Sigma\mathbf{F} = 0$, $\Sigma M = 0$. *1 pont*

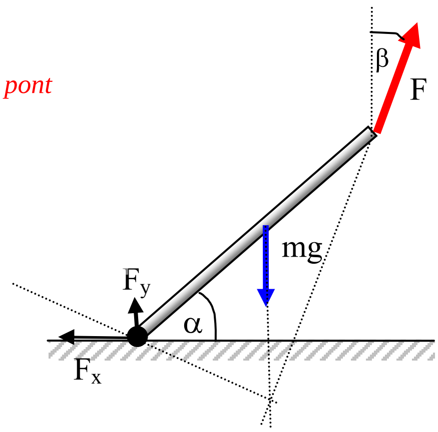
$F_x = F \sin\beta$ (1)

$F_y + F\cos\beta = mg$ (2)

$mg\ \frac{l}{2}\cos\alpha = Fl\cos(\alpha+\beta)$ (3) *3 pont*

A (3) egyenletből F meghatározható:

$$F = \frac{mg\cos\alpha}{2\cos(\alpha+\beta)}$$



$$F = \frac{1\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\cos 45°}{2\cos 75°} = \underline{\underline{6{,}94\ \mathrm{N}}}.$$ *2 pont*

b) A tengelyre ható erő (1) és (2) alapján:

$F_x = F\sin\beta = 6{,}94\ \mathrm{N}\cdot\sin 15° = 1{,}79$ N, *1 pont*

$F_y = mg - F\cos\beta = 1\ \mathrm{kg}\cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} - 6{,}94\ \mathrm{N}\cdot\cos 15° = 3{,}11$ N. *2 pont*

A tengely által a rúdra ható erő $F_t = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{1{,}79^2 + 3{,}11^2}\ \mathrm{N} = \underline{\underline{3{,}59\ \mathrm{N}}}$. *2 pont*

Ennek ellenereje hat a tengelyre.

c) Ha rögzítést föloldjuk F_y a talaj által kifejtett nyomóerő, F_x a tapadási súrlódási erő kell legyen. *2 pont*

Az egyensúly akkor áll fenn, ha

$F_x \le \mu F_y$, ahonnan

$\mu \ge \frac{F_x}{F_y} = \frac{1{,}79\ \mathrm{N}}{3{,}11\ \mathrm{N}} = 0{,}58$. *2 pont*

A súrlódási együtthatónak legalább 0,58-nak kell lennie.

Megjegyzés. A feladat c) része paraméteresen:

$$F_x = \frac{mg\cos\alpha\sin\beta}{2\cos(\alpha+\beta)},$$

$$F_y = mg - \frac{mg\cos\alpha\cos\beta}{2\cos(\alpha+\beta)} = mg\frac{2\cos(\alpha+\beta) - \cos\alpha\cos\beta}{2\cos(\alpha+\beta)} =$$

$$= mg\frac{2[\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta] - \cos\alpha\cos\beta}{2\cos(\alpha+\beta)} = mg\frac{\cos\alpha\cos\beta - 2\sin\alpha\sin\beta}{2\cos(\alpha+\beta)}.$$

$$\mu \geq \frac{F_x}{F_y} = \frac{\cos\alpha \sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta - 2\sin\alpha\sin\beta} = \underline{\underline{\frac{\operatorname{tg}\beta}{1 - 2\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}}}.$$

13.

$C = 400$ pF $= 4\cdot 10^{-10}$ F
$R = 5\ \Omega$
$L = 0{,}1$ mH $= 10^{-4}$ H
$U_{eff} = 1$ V
$c = 3\cdot 10^8$ m/s

---

a) $f_0 = ?$, $\lambda_0 = ?$
b) $U_C = ?$
c) $I_{max} = ?$

a) A rezgőkör egy soros *RLC* kör. Ebben feszültségrezonanciát kell előállítani. Ennek feltétele

$L\omega = \dfrac{1}{C\omega}$, azaz

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-4}\ \text{H}\cdot 4\cdot 10^{-10}\ \text{F}}} = 5\cdot 10^6\ \text{Hz},$$

a sajátfrekvencia:

$$f_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{5\cdot 10^6}{2\pi}\ \text{Hz} = \underline{\underline{796\ \text{kHz}}}.$$ *3 pont*

A saját hullámhossz:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3\cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{796\cdot 10^6\ \text{Hz}} = \underline{\underline{376{,}9\ \text{m}}}.$$ *2 pont*

b) Rezonancia esetben ($X_C = X_L$) a körben folyó áram erősségét az ohmos ellenállás határozza meg, mert az impedancia $Z = R$. *1 pont*

Így $I_{eff} = \dfrac{U_{eff}}{R} = \dfrac{1\ \text{V}}{5\ \Omega} = 0{,}2$ A. *3 pont*

A kondenzátoron eső feszültség

$$U_C = I_{eff} X_C = I_{eff}\cdot\frac{1}{C\omega} = \frac{0{,}2\ \text{A}}{4\cdot 10^{-10}\ \text{F}\cdot 5\cdot 10^6\ \text{Hz}} = \underline{\underline{100\ \text{V}}}.$$ *4 pont*

(100-szorosa a generátor feszültségének!)

c) Mivel szinuszosan változó áramról van szó, az áram maximális értéke

$$I_{max} = I_{eff}\cdot\sqrt{2} = \underline{\underline{0{,}283\ \text{A}}}.$$ *2 pont*