1. s = 100 m, v_O = 34,951 km/h = $\frac{34{,}951}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}}$, t_L = 9,86 s.

   a) Δs_1 = ?, b) Δs_2 = ?, $t = t'_L = t_O$

   a) A futók t_L = 9,86 s ideig futnak, így fennáll:

   $s = \Delta s_1 + t_L \cdot v_O$.

   Az adott előny:

   $$\Delta s_1 = s - t_L \cdot v_O = 100\ \text{m} - 9{,}86\ \text{s} \cdot \frac{34{,}951}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{4{,}27\ \text{m}}}.$$ *5 pont*

   b) A futók $t = t_O = \frac{s}{v_O} = \frac{100\,\text{m}}{\frac{34{,}951}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}}}$ = 10,3 s ideig futnak.

   Lewis útja ennyi idő alatt:

   $$s' = t \cdot v_L = t \cdot \frac{s}{t_L} = 10{,}3\,s \cdot \frac{100\,m}{9{,}86\,s} = 104{,}46\ \text{m}.$$

   Az útkülönbség:

   $$\Delta s_2 = s' - s = 104{,}46\ \text{m} - 100\ \text{m} = \underline{\underline{4{,}46\ \text{m}}}.$$ *10 pont*

2. m = 57 kg, v = 50 km/h = 13,88 m/s, t = 0,12 s.

   F = ?

   Az autó lassulása az ütközés alatt $a = \frac{v}{t}$, így a biztonsági öv átlagosan

   $F = m \cdot a = 57\,kg \frac{13{,}88\frac{m}{s}}{0{,}12\,s}$ = $\underline{\underline{6597\ \text{N}}}$ erőt gyakorol az asszonyra. *15 pont*

3. t_2 = 40 °C, t_1 = 15 °C, ΔT = 25 K, d = 20 mm = $2 \cdot 10^{-2}$ m, v = 0,3 m/s,
   Δt = 10 perc = 600 s, η = 80 % = 0,8, $ár_1$ = 25,7 Ft/kWh, *vízdíj* = 105 Ft/m^3,
   c = 4200 J/(kg·K), ρ = 1000 kg/m^3.

   Költség = ?

   Az elhasznált víz térfogata:

   $$V = A \cdot v \cdot \Delta t = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi \cdot v \cdot \Delta t = \left(\frac{2 \cdot 10^{-2}\,m}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 0{,}3\frac{m}{s} \cdot 600\,s = 5{,}65 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3.$$

   Ekkora vízmennyiség ára:

   $K_1 = V \cdot vízdíj = 5{,}65 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3 \cdot 105\ \text{Ft/m}^3 \approx 6$ Ft.

   Az elhasznált víz tömege:

   $$m = \rho \cdot V = 1000\ \frac{kg}{m^3} \cdot 5{,}65 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3 = 56{,}5\ \text{kg}.$$ *5 pont*

   A melegítésre fordított hőmennyiség:

   $$Q = c \cdot m \cdot \Delta T = 4200\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 56{,}5\ \text{kg} \cdot 25\ \text{K} = 5{,}93 \cdot 10^6\ \text{J} = 5{,}93 \cdot 10^6\ \text{Ws} =$$

$$= \frac{5{,}93\cdot 10^6}{10^3\cdot 3600}\ \text{kWh} = 1{,}647\ \text{kWh}.$$

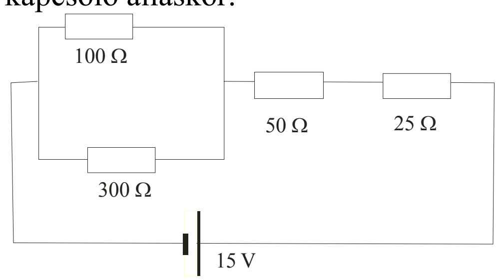
Az elhasznált elektromos energia:

$$W = \frac{Q}{\eta} = \frac{1{,}647\,\text{kWh}}{0{,}8} = 2{,}059\ \text{kWh},$$ *5 pont*

és ennek költsége $K_2 = W\cdot ár_1 = 2{,}059\ \text{kWh}\cdot 25{,}7\ \frac{\text{Ft}}{\text{kWh}} \approx 53\ \text{Ft}.$

A teljes költség tehát 6 Ft + 53 Ft = 59 Ft. *5 pont*

4. A kapcsolás nyitott kapcsoló álláskor:

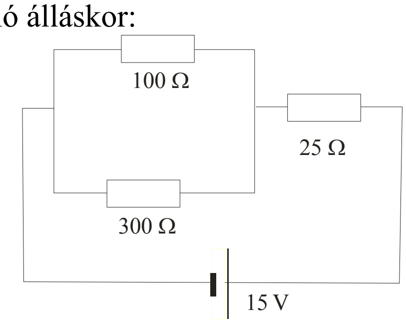


Az eredő ellenállás:

$$R_{\text{ny}} = \frac{1}{\frac{1}{100\,\Omega}+\frac{1}{300\,\Omega}} + 50\ \Omega + 25\ \Omega = 150\ \Omega.$$

A telepen átfolyó áram erőssége: $I_{\text{ny}} = \frac{15 V}{150\,\Omega} = \underline{0{,}1\ \text{A}}.$ *5 pont*

A kapcsolás zárt kapcsoló álláskor:



Az eredő ellenállás:

$$R_{\text{z}} = \frac{1}{\frac{1}{100\,\Omega}+\frac{1}{300\,\Omega}} + 25\ \Omega = 100\ \Omega.$$

A telepen átfolyó áram erőssége: $I_{\text{z}} = \frac{15\,\text{V}}{100\,\Omega} = \underline{0{,}15\ \text{A}}.$ *5 pont*

A 25 Ω–os ellenálláson felvett teljesítmény változása:

$$\Delta P = I_{\text{z}}^2 R - I_{\text{ny}}^2 R = R(I_{\text{z}}^2 - I_{\text{ny}}^2) = 25\ \Omega\,[(0{,}15\ \text{A})^2 - (0{,}1\ \text{A})^2] = \underline{0{,}3125\ \text{W}}.$$

5 pont

5. $m = 5$ kg, $t_1 = 4{,}5$ s, $t_2 = 5{,}5$ s, $t = 6$ s.
a) $W = ?$, b) $v = ?$

a) Az út–idő grafikonból látható, hogy a test a 0 –2 s időintervallumban nem mozog, az origótól 1 m távolságban áll.
A test a 2 s – 3 s időintervallumban 1,5 m,
a 2 s – 4 s időintervallumban 6 m,
a 2 s – 5 s időintervallumban 13,5 m utat tesz meg. Ezért a mozgása gyorsuló, és a gyorsulása (reméljük) állandó:

$$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2\cdot 1{,}5\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{s}^2} = 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}, \text{ illetve } \frac{2\cdot 6\,\mathrm{m}}{(2\,\mathrm{s})^2} = 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}, \text{ illetve } \frac{2\cdot 13{,}5\,\mathrm{m}}{(3\,\mathrm{s})^2} = 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Az út–idő függvénykapcsolat:

$$s = \frac{a}{2}(t-2\text{ s})^2 + 1\text{ m} = \frac{3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2}(t-2\text{ s})^2 + 1\text{ m} = 1{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\ (t-2\text{ s})^2 + 1\text{ m},$$

ha $t \geq 2$ s. *5 pont*

A megtett út a 4,5 s – 5,5 s időintervallumban:

$$\Delta s = 1{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\ (5{,}5\text{ s} - 2\text{ s})^2 + 1\text{ m} - [1{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\ (4{,}5\text{ s} - 2\text{ s})^2 + 1\text{ m}] = 9\text{ m}.$$

A testre ható erők eredőjének nagysága:

$$F = m\cdot a = 5\text{ kg}\cdot 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 15\text{ N}.$$

A végzett munka: $W = F\cdot\Delta s$ = 9 m ·15 N = $\underline{\underline{135\text{ J}}}$. *5 pont*

b) A test sebessége 6 s múlva, figyelembe véve, hogy 2 s–ig nem mozgott:

$$v = a\cdot(t-2\text{ s}) = 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 4\text{ s} = \underline{\underline{12\text{ m/s}}}.$$ *5 pont*

6. h = 15 m, $\Delta E = E_m/4$, g = 9,81 m/s^2, v_0 = 10 m/s, α = 0.
   a) v = ?, b) t = ?, c) d = ?

a) Az energiamegmaradás törvényéből

$$mgh + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2,$$

$$v = \sqrt{2gh+v_0^2} = \sqrt{2\cdot 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 15\,\mathrm{m} + (10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2} = \underline{\underline{19{,}86\text{ m/s}}}.$$ *5 pont*

b) Az energiaveszteség miatt

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mu^2,$$ ahol u az ütközés utáni sebesség.

$$u = \frac{v}{2}\sqrt{3} = 17{,}2\text{ m/s}.$$

Mivel a sebesség vízszintes komponense (v_0 = 10 m/s) megmarad, a függőleges komponens

$$u_y = \sqrt{u^2 - v_0^2} = \sqrt{(17{,}2\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 - (10\frac{\text{m}}{\text{s}})^2} = 14 \text{ m/s}.$$

Az emelkedés ideje:

$$t_{\text{em}} = \frac{u_y}{g} = \frac{14\frac{\text{m}}{\text{s}}}{9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1{,}43 \text{ s}.$$

Az újabb ütközésig eltelt idő: $t = 2t_{\text{em}} = 2\cdot 1{,}43 \text{ s} = \underline{\underline{2{,}86 \text{ s}}}$. *5 pont*

c) Az első ütközésig eltelt idő:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 15\text{m}}{9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 1{,}75 \text{ s}.$$

A vízszintes távolság: $s_1 = v_0 \cdot t_2 = 10 \frac{m}{s} \cdot 1{,}75 \text{ s} = 17{,}5 \text{ m}.$

Az első és második ütközés közötti távolság: $s_2 = v_0 \cdot t = 10 \frac{m}{s} \cdot 2{,}86 \text{ s} = 28{,}6 \text{ m}.$

A vízszintesen mért távolság:

$d = s_1 + s_2 = 17{,}5 \text{ m} + 28{,}6 \text{ m} = \underline{\underline{46{,}1 \text{ m}}}$. *5 pont*

7. $v_1 = 3$ m/s, m_1, $m_2 = 2m_1$, $u = 1{,}2$ m/s.
   a) $u_1 = ?$, b) $u'_1 = ?$

a) A lendület–megmaradás törvénye alapján:

$$m_1v_1 = (m_1 + m_2)u_1,$$
$$m_1v_1 = (m_1 + 2m_1)u_1,$$
$$u_1 = \frac{v_1}{3} = \frac{3\frac{m}{s}}{3} = \underline{\underline{1 \text{ m/s}}}.$$ *5 pont*

b) Ugyancsak a lendület–megmaradás törvényét alkalmazva (az m_1 tömegű test talajhoz viszonyított sebessége: $u'_1 + u$):

$$m_1v_1 = m_1(u'_1 + u) + m_2 u'_1,$$
$$m_1v_1 = m_1(u'_1 + u) + 2m_1 u'_1,$$
$$v_1 = u'_1 + u + 2u'_1,$$
$$u'_1 = \frac{v_1 - u}{3} = \frac{3\frac{\text{m}}{\text{s}} - 1{,}2\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3} \underline{\underline{= 0{,}6 \text{ m/s}}}.$$ *10 pont*

8. $m_1 = m_2 = 2$ kg, $\alpha = 30°$, $\mu_1 = 0{,}6$, $\mu_2 = 0{,}4$, $g = 9{,}81$ m/s^2.
   $a_1 = ?$ $a_1 = ?$ $K = ?$

A lejtőn a tapadás feltétele egy test esetén:

$$mg \sin\alpha = S \le \mu mg \cos\alpha$$
$$\text{tg}\,\alpha \le \mu, \text{ azaz } \underline{0{,}577 \le \mu.}$$

Ez a feltétel az m_1 tömegre teljesül, ezért két eset lehetséges:

a) m_1 van lejjebb a lejtőn, ekkor a kötél nem feszes, m_2 nekicsúszik az alsó testnek.

$K = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = g(\sin\alpha - \mu_2 \cos\alpha) = 0{,}153g = 1{,}506\ \text{m/s}^2$. *5 pont*

b) m_2 van lejjebb a lejtőn, ebben az esetben $a_1 = a_2 = a$, a kötél feszes. A mozgásegyenletek:

$m_1 g \sin\alpha - \mu_1 m_1 g \cos\alpha + K = m_1 a$

$m_2 g \sin\alpha - \mu_2 m_2 g \cos\alpha - K = m_2 a$

Innen, felhasználva, hogy $m_1 = m_2$:

$$a = \frac{2\sin\alpha - (\mu_1 + \mu_2)\cos\alpha}{2} g = \frac{1 - (0{,}6 + 0{,}4)\cdot 0{,}866}{2} g,$$

$a = 0{,}067g = \underline{\underline{0{,}66\ \text{m/s}^2}}$. *5 pont*

$K = m_1 g \dfrac{\mu_1 - \mu_2}{2} \cdot \cos\alpha = 2\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \dfrac{0{,}6 - 0{,}4}{2} \cdot 0{,}866 = \underline{\underline{1{,}699\ \text{N}}}$. *5 pont*

9. $A = 1\ \text{dm}^2 = 10^{-2}\ \text{m}^2$, $M = 10$ kg, $n = 0{,}1$ mól, $p_1 = 0{,}1$ MPa $= 10^5$ Pa, $T_1 = 300$ K, $v =$ áll., $\Delta h = 2{,}48$ dm $= 0{,}248$ m, $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$.

a) $T_2 = ?$ b) $T_3 = ?$ c) $v = ?$, ha $\dfrac{\Delta T}{\Delta t} = 0{,}1\ \dfrac{\text{K}}{\text{s}}$.

---

a) A dugattyú akkor kezd el mozogni, ha az elzárt levegő nyomása eléri a

$$p_2 = p_1 + \frac{Mg}{A} = 10^5\ \text{Pa} + \frac{10\,\text{kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{10^{-2}\ \text{m}^2} = 1{,}098\cdot 10^5\ \text{Pa}$$ értéket.

Ekkor a térfogat még éppen nem változik, így

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = \frac{1{,}098\cdot 10^5\ \text{Pa}}{10^5\ \text{Pa}}\cdot 300\,\text{K} = \underline{\underline{329{,}4\ \text{K}}}.$$ *5 pont*

b) Az elzárt levegő térfogata az állapotegyenlet alapján:

$$V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} = \frac{0{,}1\,\text{mól}\cdot 8{,}31\frac{\text{J}}{\text{mól}\cdot\text{K}}\cdot 300\,\text{K}}{10^5\ \text{Pa}} = 2{,}484\cdot 10^{-3}\ \text{m}^3 = V_2.$$

A dugattyú mozgása közben a gáz nyomása állandó marad:

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3}{V_2} T_2 = \frac{V_1 + A\cdot\Delta h}{V_1} T_2 =$$

$$= \frac{2{,}484\cdot 10^{-3}\ \text{m}^3 + 10^{-2}\ \text{m}^2\cdot 0{,}248\,\text{m}}{2{,}484\cdot 10^{-3}\ \text{m}^3}\cdot 329{,}4\,\text{K} = \underline{\underline{658{,}3\ \text{K}}}.$$ *5 pont*

c) Mivel

$$T_3 = \frac{V_1 + A\cdot\Delta h}{V_1} T_2 = \left(1 + \frac{A\cdot\Delta h}{A\cdot h_1}\right) T_2,$$

$\Delta T = T_3 - T_2 = \dfrac{\Delta h}{h_1} T_2$, ahol $h_1 = \dfrac{V_1}{A} = \dfrac{2{,}484\cdot 10^{-3}\ \text{m}^3}{10^{-2}\ \text{m}^2} = 0{,}2484$ m.

A dugattyú sebessége:

$$v = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h_1}{T_2}\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{0{,}2484\,\mathrm{m}}{329{,}4\,\mathrm{K}} \cdot 0{,}1\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}} = \underline{\underline{7{,}54 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m/s}}}.$$ *5 pont*

10. n = 0,5 mól, f = 5, $p_A = 2\cdot10^5$ Pa, $p_B = 3\cdot10^5$ Pa, V_A = 10 dm^3 = 10^{-2} m^3,
V_B = 15 dm^3 = $1{,}5\cdot10^{-2}$ m^3
a) T_A = ?, b) Q = ?

a) Az állapotegyenlet alapján:

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = \frac{2\cdot10^5\,\mathrm{Pa}\cdot10^{-2}\,\mathrm{m}^3}{0{,}5\,\mathrm{mól}\cdot 8{,}31\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mól}\cdot\mathrm{K}}} = \underline{\underline{481{,}35\ \mathrm{K}}}.$$ *5 pont*

b) A hőmérséklet a B állapotban:

$$T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{3\cdot10^5\,\mathrm{Pa}\cdot1{,}5\cdot10^{-2}\,\mathrm{m}^3}{0{,}5\,\mathrm{mól}\cdot 8{,}31\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mól}\cdot\mathrm{K}}} = 1083{,}03\ \mathrm{K}.$$

$\Delta T = T_2 - T_1$ = 1083,03 K – 481,35 K = 601,68 K.

A gáz belső energiájának változása:

$$\Delta E = \frac{f}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2}0{,}5\,\mathrm{mól}\cdot8{,}31\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mól}\cdot\mathrm{K}}601{,}68\,\mathrm{K} = 6250\ \mathrm{J}.$$

A gáz által végzett munka a grafikon alapján:

$$W_{gáz} = \frac{p_A + p_B}{2}(V_B - V_A) = \frac{(2+3)\cdot10^5\,\mathrm{Pa}}{2}(1{,}5-1)\cdot10^{-2}\,\mathrm{m}^3 = 1250\ \mathrm{J}.$$

Az első főtétel alapján:

$\Delta E = Q + W = Q - W_{gáz} \Rightarrow Q = \Delta E + W_{gáz}$ = 6250 J + 1250 J = $\underline{\underline{7500\ \mathrm{J}}}$. *10 pont*

11. C = 2 μF = $2\cdot10^{-6}$ F, $W = 10^{-2}$ J, U = 300 V, R_b = 0, R_1 = 100 Ω.
a) R_2 = ?, b) I = ?

a) A kondenzátor által tárolt energia $W = \frac{1}{2}CU_C^2$, ahonnan

$$U_C = \sqrt{\frac{2W}{C}} = \sqrt{\frac{2\cdot10^{-2}\,\mathrm{J}}{2\cdot10^{-2}\,\mathrm{F}}} = 100\ \mathrm{V}.$$

Az R_1–en eső feszültség éppen ennyi: $U_1 = U_C$ = 100 V.
Az R_2–en eső feszültség $U_2 = U - U_1$ = 300 V – 100 V = 200 V.
b) A körben folyó áram erőssége:

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{100\,\mathrm{V}}{100\,\Omega} = \underline{\underline{1\ \mathrm{A}}},$$ *5 pont*

Az R_2 ellenállás nagysága: $R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{200\,\mathrm{V}}{1\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{200\ \Omega}}$. *10 pont*

12. r = 1,2 m, $Q_1 = +5\cdot10^{-8}$ C, r_1 = 0,3 m, r_2 = 0,9 m, $E = 5\cdot10^3$ V/m.
a) Q_2 = ? b) F = ?

a) $E_1 = k\dfrac{Q_1}{r_1^2} = 9\cdot10^9\,\dfrac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{C}^2}\cdot\dfrac{5\cdot10^{-8}\,\mathrm{C}}{(0{,}3\,\mathrm{m})^2}$ = $5\cdot10^3$ N/C. Legyen a Q_2 felé mutató irány a pozitív.

A szöveg szerint $-E = E_1 + E_2$, mivel E a Q_1 töltés felé mutat. Ebből

$$E_2 = -E - E_1 = -(5\cdot10^3\ \mathrm{N/C} + 5\cdot10^3\ \mathrm{N/C}) = -10^4\ \mathrm{N/C}.$$

Mivel E_2 a Q_1 töltés felé mutat, a Q_2 töltés pozitív. Nagysága:

$$Q_2 = \frac{|E_2|\,r_2^2}{k} = \frac{10^4\,\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\cdot(0{,}9\,\mathrm{m})^2}{9\cdot10^9\,\dfrac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}} = \underline{\underline{9\cdot10^{-7}\ \mathrm{C}}}.$$

10 pont

b) $F = k\dfrac{Q_1Q_2}{r^2} = 9\cdot10^9\,\dfrac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}\,\dfrac{5\cdot10^{-8}\,\mathrm{C}\cdot9\cdot10^{-7}\,\mathrm{C}}{(1{,}2\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{2{,}81\cdot10^{-4}\ \mathrm{N}}}.$ *5 pont*

13. $m_1 = 0{,}3$ kg, $\alpha = 30°$, $m_2 = 0{,}6$ kg, $R = 0{,}1$ m, $m = 0{,}2$ kg, $\mu_1 = 0{,}1$, $\mu_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$, $t = 1$ s, $g = 9{,}81$ m/s^2.

a) v = ? b) N = ?

a) A testekre felírt mozgásegyenletek:

$$K_1 - \mu_1 m_1 g = m_1 a,$$
$$m_2 g\sin\alpha - \mu_2 m_2 g\cos\alpha - K_2 = m_2 a,$$
$$K_2R - K_1R = \Theta\cdot\beta = \frac{1}{2}mR^2\cdot\frac{a}{R}.$$

A fenti három egyenletet összeadva:

$$a = \frac{m_2\sin\alpha - \mu_2 m_2\cos\alpha - \mu_1 m_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}\,g = \frac{0{,}6\cdot0{,}5 - \frac{\sqrt{3}}{6}\cdot0{,}6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - 0{,}1\cdot0{,}3}{0{,}3+0{,}6+0{,}1}\,g,$$

$$a = 0{,}12g = \underline{\underline{1{,}18\ \mathrm{m/s^2}}}$$

$$v = a\cdot t = 1{,}18\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot1\ \mathrm{s} = \underline{\underline{1{,}18\ \mathrm{m/s}}}.$$

10 pont

b) A csiga perdülete:

$$N = \Theta\cdot\omega = \frac{1}{2}mR^2\cdot\frac{v}{R} = \frac{1}{2}mRv = \frac{1}{2}\cdot0{,}2\ \mathrm{kg}\cdot0{,}1\ \mathrm{m}\cdot1{,}18\ \mathrm{m/s} = \underline{\underline{0{,}0118\ \mathrm{kg\cdot m^2/s}}}.$$

5 pont

14. $f = 5$, $V_1 = 2$ dm^3 = $2\cdot10^{-3}$ m^3, $T_1 = 300$ K, $p_1 = 0{,}1$ MPa = 10^5 Pa, $T_2 = 900$ K, $\Delta t = 15$ °C, $c_{víz} = 4200\ \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\cdot K}}$, $L_o = 3{,}35\cdot10^5\ \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$.

a) ΔE = ? b) $m_{víz}$ = ?

a) A gáz belső energiájának megváltozása:

$$\Delta E = \frac{f}{2} Nk\Delta T\ .$$

A gáz állapotegyenletéből:

$$Nk = \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{10^5\,\text{Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3}{300\,\text{K}} = \frac{2}{3}\frac{\text{J}}{\text{K}},$$

$$\Delta E = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{3}\frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot (900\ \text{K} - 300\ \text{K}) = \underline{\underline{1000\ \text{J}}}.$$ *8 pont*

b) $m_{\text{víz}}$ tömegű víz megfagyasztásakor felszabaduló energia:

$$Q = m_{\text{víz}} \cdot c_{\text{víz}} \cdot \Delta t + m_{\text{víz}} \cdot L_o = \Delta E\ .$$

Innen

$$m_{\text{víz}} = \frac{\Delta E}{c_{\text{víz}}\Delta t + L_o} = \frac{1000\,\text{J}}{4200\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 15\,\text{K} + 3{,}35 \cdot 10^5\ \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 2{,}51 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} = \underline{\underline{2{,}5\ \text{g}}}.$$

7 pont

15. $\mathscr{E} = 12$ V, $R_b = 1\ \Omega$, $R_1 = R_2 = 4\ \Omega$, $C = 4\ \mu$F $= 4 \cdot 10^{-6}$ F.

a) $Q = ?$ K nyitott b) $Q' = ?$ K zárt c) $P_2 = ?$

a) Ha K nyitott, akkor a kondenzátor a telep feszültségére töltődik fel:

$U_C = \mathscr{E}$, így a töltése

$Q = U_C \cdot C = \mathscr{E} \cdot C = 12\ \text{V} \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ \text{F} = \underline{\underline{4{,}8 \cdot 10^{-5}\ \text{C}}}$. *5 pont*

b) Ha K zárt, akkor áram tartósan csak R_2-n folyik. Az áram erőssége:

$$I = \frac{E}{R_b + R_2} = \frac{12\,\text{V}}{1\,\Omega + 4\,\Omega} = 2{,}4\ \text{A}.$$

Az R_2-n eső feszültség

$U_2 = I \cdot R_2 = 2{,}4\ \text{A} \cdot 4\ \Omega = 9{,}6\ \text{V}$.

A kondenzátor is erre a feszültségre töltődik fel (R_1-en a feszültség 0):

$Q' = U'_C \cdot C = 9{,}6\ \text{V} \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ \text{F} = \underline{\underline{3{,}84 \cdot 10^{-5}\ \text{C}}}$. *5 pont*

c) Az R_2-en leadott teljesítmény:

$P = I^2 \cdot R_2 = (2{,}4\ \text{A})^2 \cdot 4\ \Omega = \underline{\underline{23{,}04\ \text{W}}}$. *5 pont*

16. $C_1 = 200$ pF $= 2 \cdot 10^{-10}$ F, $R = 5\ \Omega$, $L = 0{,}1$ H, $f = 500$ kHz $= 5 \cdot 10^5$ Hz, $U_{\text{eff}} = 20$ V.

$C_2 = ?$ $I_{\text{eff}} = ?$

A rezonancia feltétele: $LC = \dfrac{1}{\omega^2}$,

$$C = \frac{1}{L \cdot \omega^2} = \frac{1}{L \cdot 4\pi^2 \cdot f^2} = \frac{1}{0{,}1\,\text{H} \cdot 4\pi^2 \cdot (5 \cdot 10^5\ \text{Hz})^2} = 1{,}013 \cdot 10^{-12}\ \text{F}.$$

Mivel $C_1 > C$, csak soros kapcsolás jöhet szóba, azaz

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \Rightarrow C_2 = \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C_2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{1{,}013 \cdot 10^{-12}\ \text{F}} - \frac{1}{2 \cdot 10^{-12}\ \text{F}}\right)^{-1} = 1{,}008 \cdot 10^{-12}\ \text{F}$$

$\underline{\underline{C_2 = 1\ \text{pF}}}$. *10 pont*

Rezonacia esetén $Z = R$, így

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z} = \frac{U_{\text{eff}}}{R} = \frac{20\,\text{V}}{5\,\Omega} = \underline{\underline{4\ \text{A}}}.$$ *5 pont*

17. s = 270 km, $s_1 = 2s/3$ = 180 km, v_1 = 72 km/h,
$s_2 = s/3$ = 90 km, v_2 = 12,5 m/s = 45 km/h.
a) t = ? b) v = ?

a) A teljes idő a részidők összege:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{180\,\text{km}}{72\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} + \frac{90\,\text{km}}{45\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 2{,}5\ \text{h} + 2\ \text{h} = \underline{\underline{4{,}5\ \text{h}}}.$$

b) A teljes útra vonatkoztatott átlagsebesség:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{270\,\text{km}}{4{,}5\,\text{h}} = \underline{\underline{60\ \text{km/h}}}.$$ *15 pont*

18. n= 15, m = 24 font, v = 1600 láb/s,
M = 4000 kis angol tonna = 4000·2000 font = $8\cdot 10^6$ font
u = ?

A lendület–megmaradás törvénye alapján:

$$(M - nm)u = n\cdot m\cdot v \ \Rightarrow\ u = \frac{nm}{M - nm}v = \frac{15\cdot 24\,\text{font}}{(8\cdot 10^6 - 15\cdot 24)\,\text{font}}\cdot 1600\,\frac{\text{láb}}{\text{s}} =$$

$= \underline{\underline{0{,}072\ \text{láb/s}}}$.

Mivel 1 láb = 30,48 cm, a hajó visszalökődési sebessége $\underline{\underline{2{,}2\ \text{cm/s}}}$. *15 pont*