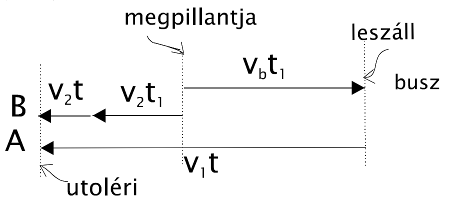
1. t_1 = 2 perc, $v_1 = 2v_2$ az ***A*** fiú sebessége, v_2 a ***B*** fiú sebessége, $v_b = 3v_1 = 6v_2$ a busz sebessége.
   t = ?



A rajz alapján:
$v_2t + v_2t_1 + v_bt_1 = v_1t$
$v_2t + v_2t_1 + 6v_2t_1 = 2v_2t$
$7v_2t_1 = v_2t$
$t = 7t_1$ = 14 perc. *13 pont*
Így ***A*** 14 + 2 = 16 perc múlva éri utol ***B***-*t.* *2 pont*

2. A megállók távolsága *s,* a fiúk sebessége *v,* a villamos sebessége v_v.
   x = ? v_v/v = ?

A $\frac{1}{4}s$ távolságra van a megállótól, amikor a villamos x távolságra, és egyszerre érik el a megállót:

$$\frac{\frac{1}{4}s}{v} = \frac{x}{v_v}. \qquad (1)$$ *4 pont*

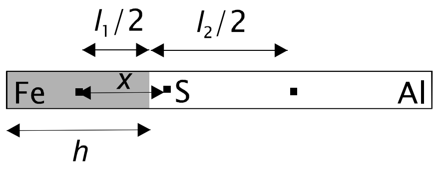
B-nek $\frac{1}{3}s$ utat kell megtennie, míg a villamosnak *s* utat, hogy egyszerre érjenek a következő megállóba:

$$\frac{\frac{1}{3}s}{v} = \frac{s}{v_v}. \qquad (2)$$ *3 pont*

A (2) összefüggésből $v_v = 3v$. *4 pont*

Behelyettesítve (1)-be, a villamost $x = \frac{3}{4}s$ távolságban pillantják meg. *4 pont*

3. A = 20 cm × 20 cm = $4 \cdot 10^{-2}$ m^2, l = 6 m, l_1 = 2 m (Fe), l_2 = 4 m (Al),
   $\rho_1 = \rho_{Fe}$ = 7800 kg/m^3, $\rho_2 = \rho_{Al}$ = 2700 kg/m^3, g = 9,81 m/s^2.
   a) m= ?, b) W_{min} = ?



a) $m = Al_1\rho_1 + Al_2\rho_2 = A(l_1\rho_1 + l_2\rho_2)$
m = 0,04 m^2(2 m·7800 kg/m^3 + 4 m·2700 kg/m^3)
m = 1056 kg *5 pont*
$m_{Fe} = Al_1\rho_1$ = 624 kg, $m_{Al} = Al_2\rho_2$ = 432 kg.

b) Az *S* tömegközéppontra felírható, hogy
$m_{Fe}gx = m_{Al}g(l_1/2 + l_2/2 - x)$,
$624x = 432(3\text{ m} - x)$,
$$x = \frac{432 \cdot 3\text{m}}{624 + 432} = 1{,}227\text{ m}.$$ *6 pont*
A munka akkor a legkisebb, ha a tömégközéppont a legkevesebbet emelkedik. Ez akkor következik be, ha a rúd vasból készült részének vége marad a talajon. Így
$W_{min} = mgh = mg(l_1/2 + x)$ = 1056 kg·9,81 m/s^2(4 m + 1,227 m) = 23070,3 J *4 pont*
(A másik munka 39085,9 J)

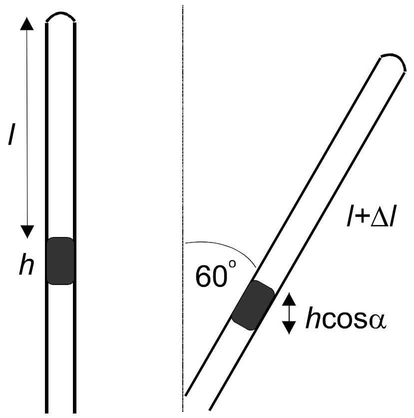
4. $t_1 = 20$ °C, $m_{Fe} = 3$ kg, $m_g = 100$ g, $t_g = 120$ °C, $t_v = 60$ °C, $c_{Fe} = 465$ J/(kg·°C), $c_{víz} = 4180$ J/(kg·°C), $L_f = 2{,}25\cdot10^6$ J/kg, $c_{gőz} = 2090$ J/(kg·°C).
$t_2 = ?$

A gőz vízzé való átalakulásakor leadott hő:
$Q = c_{gőz}m_g(t_g - 100\ °C) + L_f m_g + c_{víz}m_g(100\ °C - t_v)$.
$Q = 0{,}1\,\mathrm{kg}\cdot(2090\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot°\mathrm{C}}\cdot 20\,°\mathrm{C} + 2{,}25\cdot10^6\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}} + 4180\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot°\mathrm{C}}40\,°\mathrm{C}) = \underline{245\,900\ \mathrm{J}}.$ *10 pont*

A vasdarab által felvett hő:
$Q = c_{Fe}m_{Fe}\Delta T$.
$\Delta T = \frac{Q}{c_{Fe}m_{Fe}} = \frac{245900\,\mathrm{J}}{465\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot°\mathrm{C}}\cdot 3\,\mathrm{kg}} = 176{,}3$ °C. *4 pont*

A vasdarab hőmérséklete:
$t_2 = t_1 + \Delta T = \underline{\underline{196{,}3\ °C}}$. *1 pont*

5. $H = 60$ cm, $\alpha = 60$ °, $p_k = 10^5$ Pa $= p_0$,
$T_1 = 27$ °C $= 300$ K, $T_2 = T_1 + \Delta T = 350$ K,
$l = 0{,}4$ m, $h = 0{,}05$ m, $\rho_{Hg} = 13600$ kg/m^3,
$\rho_0 = 1{,}3$ kg/m^3, $g = 9{,}81$ m/s^2, $T_0 = 273$ K,
$A = 0{,}5$ cm$^2 = 5\cdot10^{-5}$ m^2.
a) $\Delta l = ?$ b) $m = ?$



a) A levegő állapotjelzői a két helyzetben:
$p_1 = p_k - \rho_{Hg}hg = 93329$ Pa
$V_1 = Al$
T_1 *2 pont*

$p_2 = p_k - \rho_{Hg}(h\cos\alpha)\,g = 96664$ Pa
$V_2 = A(l + \Delta l)$
$T_2 = T_1 + \Delta T$ *3 pont*
Fennáll, hogy
$$\frac{p_1Al}{T_1} = \frac{p_2A(l+\Delta l)}{T_2},$$
$$\Delta l = \frac{p_1l}{T_1}\frac{T_2}{p_2} - l = \frac{93329\,\mathrm{Pa}\cdot0{,}4\,\mathrm{m}}{300\,\mathrm{K}}\frac{350\,\mathrm{K}}{96664\,\mathrm{Pa}} - 0{,}4\,\mathrm{m} = \underline{\underline{0{,}05\ \mathrm{m}}}.$$ *5 pont*

A levegőoszlop hossza 5 cm-rel nő (a csőből nem folyik ki a higany!).
b) A levegő ρ_1 sűrűségére fennáll, hogy
$$\rho_1 = \frac{p_1T_0}{p_0T_1}\rho_0 = \frac{p_1T_0}{p_kT_1}\rho_0 = \frac{93329\,\mathrm{Pa}\cdot273\,\mathrm{K}}{10^5\,\mathrm{Pa}\cdot300\,\mathrm{K}}1{,}3\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 1{,}1\ \mathrm{kg/m^3}$$ *3 pont*
$m = \rho_1V_1 = 1{,}1$ kg/m^3 $5\cdot10^{-5}$ m$^2\cdot0{,}4$ m $= 2{,}2\cdot10^{-5}$ kg $= \underline{\underline{22\ \mathrm{mg}}}$. *2 pont*

6. $t_1 = 32$ °C, $T_1 = 305$ K, $\rho = 1{,}106$ kg/m^3, $V = 20$ liter $= 20\cdot10^{-3}$ m^3, $p_0 = 10^5$ Pa,
$W' = 2300$ J, $Q = 9200$ J.

A gáz tömege: $m = \rho\cdot V = 22{,}12\cdot10^{-3}$ kg.

Az állapotegyenletből M meghatározható: $p_0V = \frac{m}{M}RT_1 \Rightarrow M = \frac{mRT_1}{p_0V} = \frac{\rho RT_1}{p_0}$

$M = \frac{1{,}106 \cdot 8{,}31 \cdot 305}{10^5}\,\text{kg} = \underline{\underline{28\text{ g}}}$. *3 pont*

Eszerint a gáz lehet nitrogén (N_2), szénmonoxid (CO) vagy etilén (C_2H_4). *2 pont*

A folyamatban a feladat szerint p = állandó. Használjuk az I. főtételt a szabadsági fok meghatározására.

$W' = p_0\Delta V \Rightarrow \Delta V = W'/p_0 = 2300/10^5\text{ m}^3 = 23\cdot10^{-3}\text{ m}^3$. $V_2 = V + \Delta V = 43\cdot10^{-3}\text{ m}^3$. *2 pont*

$T_2 = \frac{V_2}{V_1}T_1 = \frac{43}{20}305\,\text{K} = 656$ K, $\Delta T = T_2 - T_1 = 351$ K. *2 pont*

$\Delta E = Q - W' = (9200 - 2300)$ J = 6900 J. *2 pont*

$\Delta E = \frac{f}{2}nR\Delta T = \frac{f}{2}\frac{p_0V}{T_1}\Delta T \Rightarrow f = \frac{2\cdot\Delta E\,T_1}{p_0V\,\Delta T} = \frac{2\cdot6900\cdot305}{10^5\cdot20\cdot10^{-3}\cdot351} = 5{,}99 \approx 6.$ *2 pont*

Mivel a kétatomos molekulák (N_2 és CO) szabadsági foka 5, ez a gáz az <u>etilén</u> lehet. *2 pont*

7. $m = 800$ kg, $s = 180$ m, $h = 10$ m, $v = 54$ km/h = 15 m/s, $P = 25$ kW.
   a) $F = ?$ b) $\eta = ?$

   a) A lejtőn fölfelé mozgató erő $F = W/s = P/v = 25000/15\text{ N} = \underline{\underline{1667\text{ N}}}$. *7 pont*
   Ezt az erőt a motor fejti ki és a kerekeknél mint tapadási erő jelenik meg.
   b) A hasznos munka a helyzeti energia növelése (mgh), a befektetett munka a motor munkája (Pt). A mozgás ideje $t = \frac{s}{v} = \frac{180}{15}\text{s} = 12\,\text{s}$.
   Így a hatásfok $\eta = \frac{mgh}{Pt} = \frac{800\cdot9{,}81\cdot10}{25000\cdot12} = 0{,}2616 = \underline{\underline{26{,}16\ \%}}$. *8 pont*

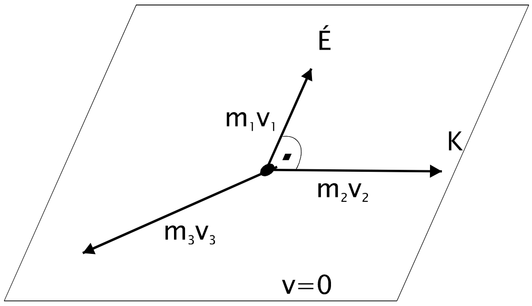
8. $v_0 = 10$ m/s, $R = 100$ m, $s_1 = R\pi$, $\Delta E = \frac{15}{16}E_0 = \frac{15}{16}\frac{1}{2}mv_0^2$
   a) $s_2 = ?$ $v_2 = 0$ b) $t = ?$

   A test mozgási energiája a félkörnyi út megtétele után: $E_1 = E_0 - \Delta E = \frac{1}{16}E_0 = \frac{1}{16}\frac{1}{2}mv_0^2$.
   Ekkor a test sebessége: $v_1 = v_0/4$. *2 pont*
   a) A munkatétel alapján felírható, hogy
   $\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = F\cdot s_1$ és $0 - \frac{1}{2}mv_1^2 = F\cdot s_2$. Ebből

   $\frac{s_2}{s_1} = \frac{-v_1^2}{v_1^2 - v_0^2} = \frac{-\frac{1}{16}v_0^2}{\frac{1}{16}v_0^2 - v_0^2} = \frac{1}{15}$, azaz $s_2 = \frac{s_1}{15} = \frac{R\pi}{15} = \frac{100\pi}{15}\text{m} = \underline{\underline{20{,}94\text{ m}}}$ *8pont*

   b) A megtett út: $s = s_1 + s_2 = R\pi + R\pi/15 = 16/15\,R\pi$ *2 pont*
   Az átlagsebesség: $\bar{v} = \frac{v_0 + 0}{2} = \frac{v_0}{2}$ *2 pont*
   A mozgás időtartama: $t = \frac{s}{\bar{v}} = \frac{\frac{16}{15}R\pi}{\frac{1}{2}v_0} = \frac{\frac{16}{15}100\pi\cdot2\,\text{m}}{10\,\text{m/s}} = \underline{\underline{67\text{ s}}}$. *1 pont*

9. m = 20 kg, v = 0, Észak: m_1 = 6 kg, v_1 = 10 m/s;
Kelet: m_2 = 10 kg, v_1 = 8 m/s.
E = ?



$m_3 = m - (m_1 + m_2) = 4$ kg.
A lendület megmaradás törvénye alapján:
$\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 = 0$ *5 pont*
$(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2 = (m_3v_3)^2$

$$v_3 = \frac{\sqrt{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2}}{m_3} = \frac{\sqrt{(6\,\mathrm{kg}\cdot 10\,\mathrm{m/s})^2 + (10\,\mathrm{kg}\cdot 8\,\mathrm{m/s})^2}}{4\,\mathrm{kg}} = 25\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$ *5 pont*

A részek mozgási energiáinak összege adja a lőporgázok energiáját, hiszen a robbanás előtti pillanatban a mozgási energia 0, a helyzeti energia pedig nem változik. *3 pont*

$$E = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}m_3v_3^2 = \frac{1}{2}(6\ \mathrm{kg}\cdot(10\ \mathrm{m/s})^2 + 10\ \mathrm{kg}\cdot(8\ \mathrm{m/s})^2 + 4\ \mathrm{kg}\cdot(25\ \mathrm{m/s})^2)$$

E = <u>1870 J</u>. *2 pont*

10. m_1 = 4 kg, m_2 = 5 kg, D = 98,1 N/m, s_1 = 0,2 m, g = 9,81 m/s^2, μ = 0, α = 30°.
a) s = ?b) v_1 = ?

a) A munkatétel alapján

$$0 = m_2gs - m_1gs\sin\alpha - \frac{1}{2}Ds^2$$

$$s = \frac{(m_2 - m_1\sin\alpha)g}{\frac{1}{2}D} = \frac{(5\,\mathrm{kg} - 4\,\mathrm{kg}\cdot\sin 30°)9{,}81\,\mathrm{m/s^2}}{\frac{1}{2}98{,}1\,\mathrm{N}} = \underline{0{,}6\ \mathrm{m}}$$ *7 pont*

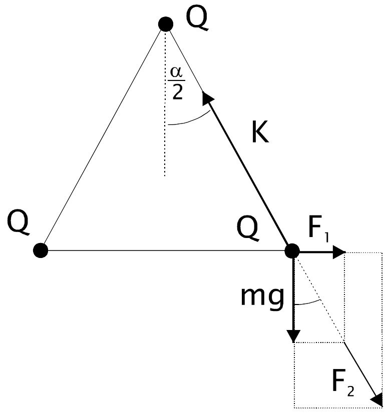
b) A munkatételt alkalmazva:

$$\frac{1}{2}m_2v_1^2 + \frac{1}{2}m_1v_1^2 = m_2gs_1 - m_1gs_1\sin\alpha - \frac{1}{2}Ds_1^2$$

$$v_1^2 = \frac{2(m_2 - m_1\sin\alpha)gs_1 - Ds_1^2}{m_2 + m_1} = \frac{2(5\,\mathrm{kg} - 4\,\mathrm{kg}\sin 30°)9{,}81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 0{,}2\,\mathrm{m} - 98{,}1\,\mathrm{N/m}\cdot(0{,}2\,\mathrm{m})^2}{(5\,\mathrm{kg} + 4\,\mathrm{kg})}$$

v_1 = <u>0,933 m/s</u> *8 pont*

11. α = 60°, l = 80 cm = 0,8 m, m = 1 g = 10^{-3} kg.
a) Q = ? b) K = ?



a) Egyensúly esetén az F_1, mg, F_2 erők eredője fonálirányú, miként fonalirányú az F_1 és az mg erők eredője is. *4 pont*
Így fennáll:

$$\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{F_1}{mg}, \qquad F_1 = mg\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} = k\frac{Q^2}{(2l\sin\frac{\alpha}{2})^2}.$$

$$Q = 2l\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{\frac{mg}{k}\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}} =$$

$$= 2\cdot 0{,}8\,\mathrm{m}\cdot\sin 30°\sqrt{\frac{10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}\cdot \mathrm{tg}30°}{9\cdot 10^{9}\,\mathrm{Nm^2/C^2}}}$$

$Q = \underline{\underline{6{,}35\cdot 10^{-7}\ \mathrm{C}}}$ *5 pont*

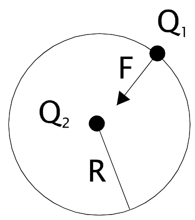
b) Mivel $F_1 = F_2 = mg\cdot\mathrm{tg}(\alpha/2)$, így

$$K = \frac{mg}{\cos\frac{\alpha}{2}} + mg\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{mg}{\cos\frac{\alpha}{2}}\left(1+\sin\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}}{\cos 30°}(1+\sin 30°) = \underline{\underline{1{,}7\cdot 10^{-2}\ \mathrm{N}}}$$

6 pont

12. $Q_1 = 6\cdot 10^{-8}$ C, $Q_2 = 2\cdot 10^{-6}$ C, $E_{\mathrm{kin}} = 2{,}7\cdot 10^{-3}$ J.
a) $R = ?$ b) $F = ?$

a) A dinamika alapegyenlete alapján:



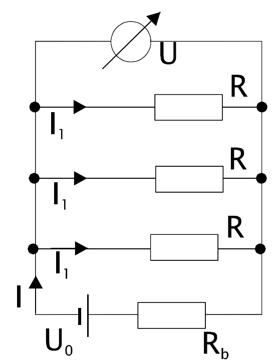
$m\dfrac{v^2}{R} = k\dfrac{Q_1Q_2}{R^2}$, illetve $E_{\mathrm{kin}} = \dfrac{1}{2}mv^2 = k\dfrac{1}{2}\dfrac{Q_1Q_2}{R}$. Innen

$R = k\dfrac{1}{2}\dfrac{Q_1Q_2}{E_{\mathrm{kin}}} = 9\cdot 10^{9}\,\dfrac{\mathrm{Nm^2}}{\mathrm{C^2}}\,\dfrac{6\cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}\cdot 2\cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}}{2{,}7\cdot 10^{-3}\,\mathrm{J}} = 0{,}2$ m. *9 pont*

b) $F = m\dfrac{v^2}{R} = \dfrac{2E_{\mathrm{kin}}}{R} = \dfrac{2\cdot 2{,}7\cdot 10^{-3}\,\mathrm{J}}{0{,}2\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{0{,}027\ \mathrm{m}}}$. *6 pont*

13. $R = 48\ \Omega$, $U = 3{,}2$ V, $P_{\ddot{o}} = 0{,}9$ W.
a) $U_0 = ?$ b) $R_b = ?$

a) A kapcsolást rajzoljuk át:



Rajz: 6 pont

$I_1 = \dfrac{U}{R} = \dfrac{3{,}2\,\mathrm{V}}{48\,\Omega} = \dfrac{1}{15}\,\mathrm{A}$, *1 pont*

$I = 3I_1 = 3\cdot\dfrac{1}{15}$ A $= 0{,}2$ A . *1 pont*

$P_{\ddot{o}} = U_0\cdot I$ $U_0 = \dfrac{P_{\ddot{o}}}{I} = \dfrac{0{,}9\,\mathrm{W}}{0{,}2\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{4{,}5\ \mathrm{V}}}$. *2 pont*

b) Ohm törvényét alkalmazva:

$I = \dfrac{U_0}{R_k + R_b}$, $\dfrac{1}{R_k} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R}$, $R_k = R/3$. *3 pont*

Így $R_b = \dfrac{U_0}{I} - R_k = \dfrac{U_0}{I} - \dfrac{R}{3} = \dfrac{4{,}5\,\mathrm{V}}{0{,}2\,\mathrm{A}} - \dfrac{48\,\Omega}{3} = \underline{\underline{6{,}5\ \Omega}}$ *2 pont*