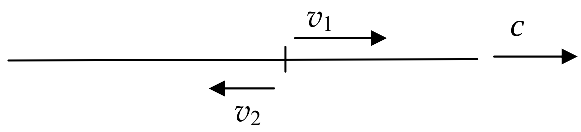
1. s = 105 m, c = 0,75 m/s, v_1 = 1 m/s, v_2 = 0,5 m/s.
a) s_2 = ? b) d = ?



a) Az első utas sebessége:
$v_1' = c + v_1 = 1{,}75$ m/s. *2 pont*

A második utas sebessége:
$v_2' = c - v_2 = 0{,}25$ m/s. *3 pont*

Az első utas mozgásának ideje:
$$t = \frac{\frac{s}{2}}{v_1'} = \frac{\frac{105\ \text{m}}{2}}{1{,}75\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 30\ \text{s}.$$ *2 pont*

A második utas útjának hossza:
$s_2 = t \cdot v_2' = 30\ \text{s} \cdot 0{,}25\ \text{m/s} = \mathbf{7{,}5\ m}$. *2 pont*

b) Mivel a két utas sebessége megegyező értelmű, így távolságuk:
$$d = \frac{s}{2} - s_2 = \frac{105\ \text{m}}{2} - 7{,}5\,\text{m} = \mathbf{45\ m}.$$ *6 pont*

2. G_{lev} = 15 N, $G_{víz}$ = 14 N, ρ_{Cu} = 8920 kg/m^3, ρ_{Au} = 19300 kg/m^3, $\rho_{víz}$ = 10^3 kg/m^3 , g = 10 m/s^2 .
$$\frac{m_{Au}}{m_{Au} + m_{Cu}} = ?\ (\%)$$

$15\ \text{N} = (m_{Au} + m_{Cu})\, g = (\rho_{Au} V_{Au} + \rho_{Cu} V_{Cu})\, g,$

$14\ \text{N} = (m_{Au} + m_{Cu})\, g - \rho_{víz} V g.$

$\rho_{víz} V g = 1\ \text{N} \quad \rightarrow \quad V = 10^{-4}\ \text{m}^3.$ *5 pont*

$m_{Au} + m_{Cu} = 1{,}5$ kg,

$V_{Au} + V_{Cu} = 10^{-4}\ \text{m}^3 \quad \rightarrow \quad V_{Cu} = 4{,}1 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^3,\ V_{Au} = 5{,}9 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^3.$

$m_{Au} = 1{,}14$ kg, $m_{Cu} = 0{,}36$ kg. *5 pont*

$$\frac{m_{Au}}{m_{Au} + m_{Cu}} = 0{,}76 = \mathbf{76\ \%.}$$

A „rézarany” tárgy 76 % aranyat tartalmazott. *5 pont*

3. h = 50 m, V = 2 m^3, t = 1 s, $v_{víz}$ = 10 m/s, η = 80 %, g =9,81 m/s^2, $\rho_{víz}$ = 10^3 kg/m^3.
$P_{össz}$ = ?

$$W = mgh + \frac{1}{2} m v^2 = m\left(gh + \frac{1}{2} v^2\right) = 1{,}08 \cdot 10^6\ \text{J} = 1080\ \text{kJ}.$$ *10 pont*

$$P_{hasznos} = \frac{W}{t} = 1080\ \text{kW}, \qquad P_{össz} = \frac{P_{hasznos}}{\eta} = \mathbf{1350\ kW}.$$ *5 pont*

4. P_{60} = 60 W, P_{100} = 100 W, P_{25} = 25 W, U_{ki} = 2,5 V, I_{ki} = 0,3 A, U_h = 230 V.
I = ?

$$R_{ki} = \frac{U_{ki}}{I_{ki}} = 8{,}33\ \Omega, \qquad R_{60} = \frac{U_h^2}{P_{60}} = 881{,}67\ \Omega,$$

$$I = \frac{U_h}{R_{60} + R_{ki}} = 0{,}25\text{ A} < 0{,}3\text{ A}.$$

a) 60 W-os égő esetén a kis izzó **megfelel** a feladatnak. *8 pont*

(Megjegyzés: A 60 W-os izzó „hidegellenállása” az üzemi értéknél jóval kisebb, ezért bekapcsoláskor a kis izzón átfolyó áram erőssége a megengedettnél jóval nagyobb lehet, ami a kis izzó kiégését okozhatja. Ezen úgy segíthetünk, ha a bekapcsolás előtt a kis izzót rövidre zárjuk, majd ha a nagy égő már világít, a rövidzárat megszüntetjük.) *1 pont*

b) $R_{100} = \frac{U_h^2}{P_{100}} = 529\ \Omega$, $\quad I = \frac{U_h}{R_{100} + R_{ki}} = 0{,}42\text{ A} > 0{,}3\text{ A}.$

100 W-os égő esetén a kis izzó üzem közben is **kiég**. *3 pont*

$R_{25} = \frac{U_h^2}{P_{25}} = 2116\ \Omega$, $\quad I = \frac{U_h}{R_{25} + R_{ki}} = 0{,}1\text{ A} < 0{,}3\text{ A}.$

25 W-os égő esetén a kis izzó **alkalmazható**, de halványabban világít! *3 pont*

5. $T_1 = 0\ °\text{C} = 273\text{ K}$, $m = 0{,}05\text{ kg}$, $Q = 1{,}25\cdot10^5\text{ J}$, V = áll., $p_2 = 3p_1$.

a) $T_2 = ?$ b) $c = ?$

a) V = állandó esetén:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \rightarrow \quad T_2 = \frac{p_2}{p_1}\cdot T_1 = \frac{3p_1}{p_1}\cdot T_1 = 3T_1 = 819\text{ K} = \mathbf{546\ °C}.$$ *6 pont*

b) $Q = c\cdot m\cdot \Delta T$, ahol c az állandó térfogathoz tartozó fajhő. *2 pont*

$$c = \frac{Q}{m\cdot\Delta T} = \frac{Q}{m\cdot(T_2 - T_1)} = \frac{1{,}25\cdot10^5\text{ J}}{0{,}05\text{ kg}\cdot(819\text{ K} - 273\text{ K})} = \mathbf{4578{,}8}\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}.$$ *7 pont*

6. $f = 5$, $A = 100\text{ cm}^2 = 10^{-2}\text{ m}^2$, $R = 15\ \Omega$, $U = 35\text{ V}$, $t = 10\text{ s}$, $p = 10^5\text{ Pa}$.

a) $Q = ?$ b) $\Delta E = ?$ c) $v = ?$

a) $Q = \frac{U^2}{R}t = \mathbf{816{,}6\ J}$. *3 pont*

b) $p\Delta V = Nk\Delta T$, $\quad \Delta E = \frac{f}{2}Nk\Delta T = \frac{f}{2}p\Delta V$, $\quad \Delta E = Q - p\Delta V$.

$p\Delta V = \frac{2Q}{f+2} = 233{,}3\text{ J}$, $\quad \Delta E = \mathbf{583{,}3\ J}$. *7 pont*

c) $v = \frac{\Delta V}{A\cdot t} = \frac{233{,}3\text{ J}}{10^5\text{ Pa}\cdot10^{-2}\text{ m}^2\cdot10\text{ s}} = 0{,}0233\text{ m/s} = \mathbf{2{,}33\ cm/s}$. *5 pont*

7. $m_1 = 40\text{ kg}$, $m_2 = 60\text{ kg}$, $t = 3\text{ s}$, $d = 18\text{ m}$.

$v_1 = ?$, $v_2 = ?$

$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2$, $\quad\rightarrow\quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{40\text{ kg}}{60\text{ kg}} = \frac{2}{3}$,

$v_1 = \frac{3}{2}v_2$ *5 pont*

$d = s_1 + s_2 = v_1 t + v_2 t = \frac{5}{2}v_2 t$ *5 pont*

$18\,\text{m} = \frac{5}{2} v_2 t$ $\Rightarrow$ $v_2 =$ **2,4 m/s**, $v_1 = 1{,}5 v_2 =$ **3,6 m/s**. *5 pont*

8. m = 8 kg, F_1 = 12 N, F_s = 2 N, v_0 = 0 m/s, v' = 0 m/s, s = 840 m.

Hiba! Nincs megadva a témakör.

a) s_1 = ?, b) t = ?

a) A munkatétel alapján:

$$\frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W = F_1 \cdot s_1 + F_s \cdot s \cdot \cos 180°$$

$$0 = F_1 \cdot s_1 + F_s \cdot s \cdot (-1)$$

$$s_1 = \frac{F_s \cdot s}{F_1} = \frac{2\,\text{N} \cdot 840\,\text{m}}{12\,\text{N}} = \mathbf{140\ m}.$$ *6 pont*

b) $s_1 = \frac{a_1}{2} t_1^2$ $a_1 = \frac{F_1 - F_s}{m} = \frac{12\,\text{N} - 2\,\text{N}}{8\,\text{kg}} = 1{,}25\ \text{m/s}^2$. *2 pont*

$$t_1 = \sqrt{\frac{2s_1}{a_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 140\,\text{m}}{1{,}25\,\text{m/s}^2}} = 14{,}97\ \text{s}.$$ *2 pont*

$$|a_2| = \frac{F_s}{m} = \frac{2\,\text{N}}{8\,\text{kg}} = 0{,}25\ \text{m/s}^2.$$ *2 pont*

$s_2 = vt_2 - \frac{|a_2|}{2} t_2^2$ vagy $s_2 = \frac{|a_2|}{2} t_2^2$.

Mivel $s_2 = s - s_1 = 700$ m, $t_1 = \sqrt{\frac{2s_2}{|a_2|}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 700\,\text{m}}{0{,}25\,\text{m/s}^2}} = 74{,}83$ s *2 pont*

$t = t_1 + t_2 = 14{,}97$ s + 74,83 s = **89,8 s** *1 pont*

9. m = 2 kg, v_0 = 4 m/s.

a) mozgásfajták? b) a_4 = ? s_4 = 8 m c) v_5 = ? s_5 = 12 m.

a) A 0 – 2 m útszakaszon az erő az úttal egyenesen arányosan növekszik, ez növekvő gyorsulású mozgás. *2 pont*
A 2 m – 6 m útszakaszon az erő állandó, $a_2 = 5\ \text{m/s}^2$, ez egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás. *2 pont*
A 6 m – 7 m útszakaszon az erő egyenletesen csökken ($F \sim (-s)$), azaz a test harmonikus rezgőmozgást végez. *3 pont*

b) s_4 = 8 m-nél F_4 = 5 N, $a_4 = \frac{F_4}{m} = \frac{5\,\text{N}}{2\,\text{kg}} = \mathbf{2{,}5\ m/s^2}$. *1 pont*

c) A munkatétel alapján:

$$\frac{1}{2}mv_5^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W.$$

A W munka az F–s grafikon alatti terület:

$$W = \frac{10\,\text{N} \cdot 2\,\text{m}}{2} + 10\,\text{N} \cdot 4\,\text{m} + \frac{10\,\text{N} + 5\,\text{N}}{2} \cdot 1\,\text{m} + 5\,\text{N} \cdot 2\,\text{m} + \frac{20\,\text{N} + 5\,\text{N}}{2} \cdot 3\,\text{m} =$$
$$= 10\,\text{J} + 40\,\text{J} + 7{,}5\,\text{J} + 10\,\text{J} + 37{,}5\,\text{J} = 105\,\text{J}.$$

$$v_5^2 = \frac{2W}{m} + v_0^2 = \frac{2 \cdot 105\,\text{J}}{2\,\text{kg}} + \left(4\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 121\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2},$$ $v_5 =$ **11 m/s**. *7 pont*

10. $F_x = ?$, $F_y = ?$, $F = ?$

Hiba! Nincs megadva a témakör.

$x = \frac{3a}{2} - \frac{a}{4} = \frac{5}{4}a$ $\quad$ $\boldsymbol{F_y = Mg.}$ $\quad$ *3 pont*

A forgatónyomatékok egyensúlya az A ponton átmenő tengelyre:

$2xF_x = Mg\frac{a}{2} \Rightarrow F_x = Mg\frac{a}{4x} = \frac{Mg}{5} = \mathbf{0{,}2\ \boldsymbol{Mg}}.$ $\quad$ *7 pont*

$F = \sqrt{1+0{,}04}Mg = \mathbf{1{,}02\ \boldsymbol{Mg}}.$ $\quad$ *5 pont*

11. $v = Mc$, $c = 340$ m/s, $a = 6g$, $g = 9{,}81$ m/s^2.

$r = ?$, $\alpha = ?$

Hiba! Nincs megadva a témakör.

a) $a = \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{v^2}{a} = \frac{M^2c^2}{6g} = 1964 \cdot M^2$ [méterben]

$M = 2 \Rightarrow \boldsymbol{r} = \mathbf{7{,}86\ km}$,

$M = 3 \Rightarrow \boldsymbol{r} = \mathbf{17{,}68\ km}$. $\quad$ *10 pont*

b) A közegellenállás F emelőerejének és az mg erőnek az eredője a körpályán tartó erő. A rajz alapján:

$m\frac{v^2}{r} = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha$ és $m\frac{v^2}{r} = ma = 6mg$.

tg $\alpha = 6$, $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{80{,}54°}$. $\quad$ *5 pont*

12. $R = 10$ m, $U = 10^3$ V, $q = 10^{-6}$ C, $k = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2

a) $Q = ?$ $\quad$ b) $W_{\infty \to R} = ?$ $\quad$ c) $W_{R \to 0} = ?$

a) $U = k\frac{Q}{R} \Rightarrow Q = \frac{U \cdot R}{k} = \mathbf{1{,}1 \cdot 10^{-6}\ C}$. $\quad$ *5 pont*

b) $W = q\,[U(R) - U(\infty)] = q[U - 0] = \mathbf{10^{-3}\ J}$. $\quad$ *5 pont*

c) A gömb belsejében a potenciál ugyanannyi mint a felületen (a térerősség pedig nulla), ezért további munkát nem kell végezni:

$W' = q\,[U(R) - U(0)] = q[U - U] = 0$. $\quad$ *5 pont*

13. $L = 0{,}5$ m, $a = 0{,}3$ m, $b = 0{,}4$ m, $N = 200$, $B = 10^{-4}$ T, $U_{max} = 0{,}3$ V.

$v_{szél} = ?$

Hiba! Nincs megadva a témakör.

A keretben indukált feszültség az $U = Blv$ vagy $U = \mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$ alapján:

$U = NBab\omega \cos \omega t = U_{max} \cos \omega t$, ahol $U_{max} = NBab\omega$. $\quad$ *9 pont*

Másrészt $v_{szél} = \frac{L}{2}\omega$. $\quad$ *3 pont*

Így $v_{szél} = \frac{LU_{max}}{2NBab} = 31{,}25$ m/s = **112,5 km/h**. $\quad$ *3 pont*

Megjegyzés. Az eredményben csak a keret *ab* területe szerepel, tehát mindegy, hogy a keret melyik oldala párhuzamos a forgástengellyel.

14. valódi kép: $f > 0$, $f = 20$ cm, homorú felületek: $R_1 = -10$ cm, $R_2 = -15$ cm.

a) $n = ?$, $\quad$ b) $L = 5$ cm, $t_1 = 40$ cm, $t_2 = t_1 + L$, $L' = ?$

a) $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

$n = \frac{R_1 R_2}{f(R_1 + R_2)} + 1 = \frac{(-10\,\text{cm})(-15\,\text{cm})}{20\,\text{cm}(-25\,\text{cm})} + 1 =$ **0,7.** *4 pont*

b) $\frac{1}{f} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{k_1} \Rightarrow k_1 = \frac{ft_1}{t_1 - f} = \frac{20\,\text{cm} \cdot 40\,\text{cm}}{40\,\text{cm} - 20\,\text{cm}} = 40$ cm. *2 pont*

$\frac{1}{f} = \frac{1}{t_2} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k_2 = \frac{ft_2}{t_2 - f} = \frac{20\,\text{cm} \cdot 45\,\text{cm}}{45\,\text{cm} - 20\,\text{cm}} = 36$ cm. *2 pont*

$L' = k_1 - k_2 = 40$ cm – 36 cm = **4 cm**. *1 pont*

c) Szerkesztés: A tárgyat az optikai tengelyből kiemeljük, úgy hogy a lencsétől mért távolság megmaradjon.

Hiba! Nincs megadva a témakör. *6 pont*